

Ob 8

Siebenunddreißigster Jahresbericht
des
Städtischen Realgymnasiums
zu
Bromberg.

Ostern 1888.

Vorgedruckt ist eine Abhandlung des Direktors Dr. Heinrich Kiehl

über

Die durch drei ähnliche Punktreihen erzeugten Dreiecke und Kegelschnitte.

Bromberg, 1888.

Buchdruckerei von A. Dittmann.

1888. Progr. Nr. 157.

KSIĄZNICA MIEJSKA
IM. KOPERNIKA
W TORUNIU

~~Stadtbibliothek
Ebern~~

a.B. 1752

Die durch drei ähnliche Punktreihen erzeugten Dreiecke und Kegelschnitte,

eine Verallgemeinerung der Sätze von Brocard, Artzt u. A.



Vor nunmehr zehn Jahren lenkte Herr Brocard in Montpellier die Aufmerksamkeit der Fachgenossen auf einen Kreis*) am Dreieck, welcher durch die Fülle der seitdem an ihm erkannten Eigenschaften, durch seine vielseitigen Beziehungen zu den Kegelschnitten eine ähnliche Bedeutung in der Geometrie des Dreiecks erlangt hat, als der fünfzig Jahre früher von Feuerbach entdeckte „Kreis der neun Punkte“. Die in verschiedenen französischen, belgischen, deutschen, englischen Zeitschriften und in zahlreichen selbständigen Abhandlungen niedergelegten Sätze von den Brocard'schen Figuren über den Kreis der ersten Bearbeiter hinaus bekannt gemacht zu haben, ist das Verdienst des Herrn Lieber, welcher die Sätze übersichtlich geordnet und die Beweise einheitlich gestaltet hat. Für englische Leser hat denselben Dienst Herr Casey in Dublin geleistet, indem er in die neueste Auflage seines Lehrbuchs der neueren Geometrie „A Sequel to Euclid“ einen besonderen Abschnitt „The Brocard Circle“ aufnahm. Hand in Hand mit dem Aufsuchen und Ordnen der einzelnen Sätze ist das Bestreben gegangen, die Einzelheiten auf ihre letzten Gründe zurückzuführen, eine Arbeit, welche ausser Herrn Brocard selbst namentlich Herr Artzt in zwei Programm-Abhandlungen aus den Jahren 1885 und 1887 gefördert hat. Der Aufstellung allgemeinerer Gesichtspunkte soll auch die vorliegende kurze Abhandlung dienen. Sie stellt sich die Aufgabe, die drei von Lemoine, Tucker, Brocard und Artzt aufgefundenen Parabel-Gruppen auf eine gemeinsame Definition zu bringen und auch deren Beziehungen zu der Kiepert'schen Hyperbel**) näher zu beleuchten. Die Aufgabe wurde dadurch lösbar, dass an Stelle des den Brocard'schen Kreis bestimmenden Grebe'schen Punktes ein beliebiger Punkt und an Stelle der Mittelsenkrechten als Träger von Punktreihen beliebige gegen die Dreiecksseiten gleich geneigte Grade gesetzt wurden. Bei den Entwicklungen wurde die Benutzung rein geometrischer Hilfsmittel unter möglichster Vermeidung von Rechnungen angestrebt.

*) Der Brocard'sche Kreis eines Dreiecks ist derjenige, welcher die Verbindungslinie zwischen dem Mittelpunkt H des Umkreises und dem Grebe'schen Punkte K zum Durchmesser hat. Der Grebe'sche Punkt (point de Lemoine) ist der Winkelgegenpunkt des Schwerpunktes, d. h. seine Verbindungslinien und die des Schwerpunktes mit den Ecken liegen zu den Winkelhalbierenden symmetrisch. — Ueber Winkelgegenpunkte (points arguesiens) vergl. die Programm-Abhandlung Bromberg 1881 „Zur Theorie der Transversalen“.

**) Die Kiepert'sche Hyperbel hat die Eigenschaft, dass ihre Punkte die Winkelgegenpunkte der Geraden $H K$ sind. Vergl. Kiepert, *Nouv. Annales*, t. VIII, 1869, p. 40–42.

Dreiecke, deren Ecken die zugeordneten Punkte dreier ähnlicher Punktreihen auf den Mittelsenkrechten eines Dreiecks sind.

§ 1. Die Halbierungspunkte der Seiten eines Dreiecks ABC seien Ao, Bo, Co . Auf den Mittelsenkrechten AoH, BoH, CoH seien drei ähnliche Punktreihen dadurch bestimmt, dass Ao, Bo, Co drei zugeordnete Punkte der Reihen bilden, und dass je drei entsprechende Strecken $AoAv, BoBv, CoCv$ sich nach Grösse und Richtung verhalten, wie die senkrechten Abstände (trimetrischen Koordinaten) pa, pb, pc eines festen Punktes P von den Seiten des Dreiecks ABC . Auf der durch H und P gelegten Geraden nehmen wir einen veränderlichen Punkt V an, dessen Projektionen auf die Seiten von ABC Va, Vb, Vc heissen mögen; AoH werde von PVa in Av, BoH von PVb in Bv, CoH von PCv in Cv geschnitten. Dann sind die Fünfecke $PHAv, Bv$ und PVb, Vc ähnlich und ähnlich gelegen, aus ähnlichen Dreiecken ergibt sich, dass $HV : VP = AvVa : VaP = AoAv : pa$ und auch $= BoBv : pb$ und $= CoCv : pc$ ist; es verhalten sich also der Grösse nach die Strecken $AoAv, BoBv, CoCv$ wie die Koordinaten des Punktes P . Liegt dabei der Punkt V auf den Verlängerungen von H, P , so haben jene Strecken auch dieselbe Lage zu den Dreiecksseiten, wie die Koordinaten von P ; liegt V zwischen H und P , so hat jede Strecke die entgegengesetzte Lage, wie die entsprechende Koordinate; in beiden Fällen stimmen also die Verhältnisse der Strecken mit denen der Koordinaten auch im Vorzeichen überein. Die Ecken des Dreiecks $AvBvCv$ sind daher drei einander zugeordnete Punkte der ähnlichen Punktreihen. Für die Untersuchung seiner Eigenschaften ist die aus dem Vorhergehenden folgende Beziehung von Werth, dass es mit dem Fusspunktendreieck des Punktes V sich in Aehnlichkeitslage befindet.

Lassen wir nun den Punkt V die unbegrenzte Gerade HP durchlaufen, so erhalten wir sämmtliche Tripel zugeordneter Punkte sowie die von ihnen bestimmte Dreiecksschar. Diese Dreiecke sind paarweise einander ähnlich; denn nach einem in Hoffmann's Zeitschrift (Jahrg. 1883, S. 520) von mir mitgetheilten Satze sind die Fusspunktendreiecke zweier Punkte dann ähnlich, und zwar ungleichwändig ähnlich, wenn diese die harmonischen Theilpunkte eines Durchmessers des umgeschriebenen Kreises sind; nehmen wir also für V irgend 2 harmonische Theilpunkte des durch P gehenden Durchmessers, so sind die beiden zugehörigen Fusspunktendreiecke $VaVbVc$ einander ähnlich, folglich nach dem Obigen auch die entsprechenden Dreiecke der Schar $AvBvCv$. Fällt V in H , so geht $AvBvCv$ in das Seitenmittendreieck $AoBoCo$ über, welches zu dem Dreieck ABC gleichwändig ähnlich liegt. Gelangt V in denjenigen Punkt, welcher den durch P gehenden Durchmesser des Umkreises harmonisch in Bezug auf H theilt, d. h. wird V der unendlich entfernte Punkt der Geraden HP , so werden die Strahlen PVa, PVb, PVc den Seiten BC, CA, AB \perp , die Ecken des entstehenden Punktreihendreiecks sind die Projektionen von P auf die Mittelsenkrechten. Dieses Dreieck soll im Folgenden mit $A_1B_1C_1$ bezeichnet und „Erstes Brocard'sches Dreieck des Punktes P “ genannt werden, nachdem das dem besondern Falle des Grebe'schen Punktes entsprechende Dreieck den Namen „Erstes Brocard'sches Dreieck“ allgemein erhalten hat. Von dem Dreieck $A_1B_1C_1$, welches nach dem vorangeschickten Satze dem Dreieck ABC ungleichwändig ähnlich sein muss, wird weiter unten ausführlicher die Rede sein. — Das Fusspunktendreieck des beweglichen Punktes V entartet in zwei Fällen in eine gerade Linie, sobald nämlich V in einen der Endpunkte T oder T^1 (T liege mit P auf derselben Seite von H) des durch P gehenden Durchmessers rückt; die beiden Geraden, die Simsonlinien der Punkte T und T^1 , stehen bekanntlich aufeinander senkrecht; die entsprechenden

Punktreihendreiecke, $At\ Bt\ Ct$ und $A^1t\ B^1t\ C^1t$, werden also auch aus zwei auf einander senkrechten, weil den Simsonlinien parallelen, Geraden bestehen. Die Lage ihres Schnittpunktes Q wird im folgenden § näher bestimmt werden. — Noch in einem dritten Falle entartet das Dreieck $Av\ Bv\ Cv$ in eine Gerade: wenn V mit P zusammenfällt, so liegen die Punkte Av, Bv, Cv auf der unendlich entfernten Geraden der Ebene.

§ 2. In der Brocard'schen Figur, wo $pa : pb : pc = a : b : c$ ist, haben die Dreiecke der Schar $Av\ Bv\ Cv$ den Schwerpunkt gemeinsam, d. h. denjenigen Punkt, der jedes Dreieck in dem konstanten Verhältniss $1 : 1 : 1$ theilt. Es soll jetzt untersucht werden, ob auch bei beliebiger Lage des Punktes P die Dreiecksschar einen gemeinsamen Theilpunkt hat. Bezeichnen wir die Strecke $Ao\ Av$ mit $\sigma. pa$, so ist $Bo\ Bv = \sigma. pb$, $Co\ Cv = \sigma. pc$. Die trimetrischen Koordinaten der Punkte Av, Bv, Cv werden dann durch die Gleichungen dargestellt:

$$\begin{array}{lll} Av & X_a = \sigma pa & Y_a = \frac{1}{2} hb - \sigma pa \cos \gamma & Z_a = \frac{1}{2} hc - \sigma pa \cos \beta \\ Bv & X_b = \frac{1}{2} ha - \sigma pb \cos \gamma & Y_b = \sigma pb & Z_b = \frac{1}{2} hc - \sigma pb \cos \alpha \\ Cv & X_c = \frac{1}{2} ha - \sigma pc \cos \beta & Y_c = \frac{1}{2} hb - \sigma pc \cos \alpha & Z_c = \sigma pc. \end{array}$$

Ist ein allen Dreiecken gemeinsamer Theilpunkt vorhanden, der sie etwa in dem Verhältniss $1 : m : n$ theilt, so müssen die Ausdrücke $l X_a + m X_b + n X_c$, $l Y_a + m Y_b + n Y_c$, $l Z_a + m Z_b + n Z_c$ von σ unabhängig sein, d. h. es müssen die Gleichungen gelten:

$$\begin{array}{rcl} l pa & - m pb \cos \gamma - n pc \cos \beta & = 0 \\ - l pa \cos \gamma + m pb & - n pc \cos \alpha & = 0 \\ - l pa \cos \beta - m pb \cos \alpha + n pc & & = 0. \end{array}$$

Ihre Auflösung führt auf das Theilungsverhältniss $1 : m : n = a pb pc : b pc pa : c pa pb$. Um die geometrische Bedeutung des Theilpunktes zu erkennen, untersuchen wir seine Lage zu dem Seitenmittendreieck $Ao\ Bo\ Co$ und zu den oben mit $At\ Bt\ Ct$, $A^1t\ B^1t\ C^1t$ bezeichneten Dreiecken. Ein Punkt, welcher das Dreieck $Ao\ Bo\ Co$ mit den Seiten $\frac{1}{2} a$, $\frac{1}{2} b$, $\frac{1}{2} c$ nach dem Verhältniss $a pb pc : b pc pa : c pa pb$ theilt, hat von diesen Seiten Abstände, welche sich wie $pb pc : pc pa : pa pb$ verhalten. Sein Winkelgegenpunkt in Bezug auf dasselbe Dreieck $Ao\ Bo\ Co$ hat daher von dessen Seiten Abstände, welche in dem Verhältniss $pa : pb : pc$ stehen, d. h. dieser Punkt als Punkt des Dreiecks $Ao\ Bo\ Co$ ist homolog dem Punkte P des ähnlichen Dreiecks ABC . Wir gelangen daher zu dem gemeinsamen Theilpunkte der Dreiecksschar $Av\ Bv\ Cv$, wenn wir die Strecke von P nach dem Schwerpunkte S um $\frac{1}{2} PS$ verlängern und zu dem Endpunkte den Winkelgegenpunkt in Bezug auf $Ao\ Bo\ Co$ suchen, oder auch, wenn wir zu dem Punkte P seinen Winkelgegenpunkt in Bezug auf ABC suchen und die Strecke von dem letzteren bis S um ihre Hälfte verlängern. Ein Theilpunkt, welcher ein in eine Gerade entartetes Dreieck nach irgend einem Verhältniss theilt, darf nicht ausserhalb dieser Geraden liegen; daher muss der gefundene Theilpunkt der Dreiecksschar $Av\ Bv\ Cv$ identisch sein mit dem am Schluss des vorigen § genannten Schnittpunkt Q der Geraden $At\ Bt\ Ct$ und $A^1t\ B^1t\ C^1t$. Beachtet man endlich den leicht zu begründenden Satz, dass das Fusspunktendreieck des Punktes P durch diesen ebenfalls nach dem Verhältniss $a pb pc : b pc pa : c pa pb$ getheilt wird, so lässt sich das Ergebniss der Untersuchung folgendermassen zusammenfassen:

Der Schnittpunkt der beiden auf einander senkrechten Geraden, deren jede die Mittelsenkrechten in drei zugeordneten Punkten der ähnlichen Punktreihen schneidet, theilt die ganze Schar von Dreiecken, welche durch je drei zugeordnete Punkte bestimmt sind, nach demselben konstanten Verhältniss, und zwar

so, wie der Punkt P sein Fusspunktendreieck, oder wie der Winkelgegenpunkt von P das Dreieck A B C theilt.

§ 3. Unter Beibehaltung der Bezeichnungen des § 1 soll die Lage der durch die Ecken von A B C auf die entsprechenden Seiten eines Dreiecks der Schar A V B V C V gefüllten Senkrechten erörtert werden. Die Senkrechte A G von A auf B V C V steht nach § 1 auch senkrecht auf V b V c; $\sphericalangle G A C = \sphericalangle V c V b V$, weil ihre Schenkel auf einander \perp ; $\sphericalangle V c V b V = \sphericalangle V c A V$, weil sie Peripheriewinkel auf V V c im Sehnenviereck A V b V V c sind; die Gerade A G bildet daher mit Seite A C denselben Winkel, wie A V mit A B (A G und A V sind Winkelgegenlinien.) Da aus denselben Gründen die \perp von B auf C V A V Winkelgegenlinie zu B V, die \perp von C auf A V B V eine solche zu C V ist, so gelangen wir zu dem Satze:

Die Senkrechten durch die Ecken von A B C auf die entsprechenden Seiten eines beliebigen Punktreihendreiecks A V B V C V schneiden einander in einem und demselben Punkte, dem Winkelgegenpunkte von V.

§ 4. Dass das erste Brocard'sche Dreieck A₁ B₁ C₁ des Punktes P dem Dreieck A B C ungleichwändig ähnlich ist, wurde bereits nachgewiesen. In dem besonderen Falle, wo P in den Grebe'schen Punkt K fällt, enthält der dem Dreieck A₁ B₁ C₁ umgeschriebene Kreis eine Reihe ausgezeichnete Punkte; den meisten derselben begegnen wir auch bei allgemeiner Lage des Punktes P. Da $\sphericalangle H A_1 P = H B_1 P = H C_1 P = \frac{\pi}{2}$, so geht Kreis A₁ B₁ C₁ durch H und P. Wird dieser Kreis von A P zum zweiten Mal in F_a, von B P in F_b, von C P in F_c geschnitten, so ist $\sphericalangle F_a A_1 B_1 = \sphericalangle F_a P B_1 = \sphericalangle P A C$ und $\sphericalangle F_a A_1 C_1 = \sphericalangle F_a P C = \sphericalangle P A B$; A₁ F_a theilt also den $\sphericalangle B_1 A_1 C_1$ ebenso wie A P den $\sphericalangle C A B$, oder in den ähnlichen Dreiecken A₁ B₁ C₁ und A B C entspricht A₁ F_a der Winkelgegenlinie zu A P; da dasselbe von B₁ F_b und C₁ F_c gilt, so ergibt sich, dass A₁ F_a, B₁ F_b, C₁ F_c sich in einem und demselben Punkte schneiden, welcher dem Winkelgegenpunkte von P in Dreieck A B C entspricht. Homologe Punkte in ähnlichen Dreiecken theilen diese in demselben Verhältniss. Als derjenige Punkt, welcher die Schar A V B V C V, also auch das zu ihr gehörige Dreieck A₁ B₁ C₁ ebenso theilt, wie der Winkelgegenpunkt von P das Dreieck A B C, wurde in § 2 der Punkt Q erkannt; daher der Satz:

Die Geraden A₁ Q, B₁ Q, C₁ Q treffen den Kreis A₁ B₁ C₁ H P zum zweiten Mal in drei Punkten F_a, F_b, F_c, welche bezüglich auf den Geraden A P, B P, C P liegen.

Da $\sphericalangle A F_a H = \sphericalangle P F_a H = \frac{\pi}{2}$, so liegt F_a auch auf dem Kreise mit dem Durchmesser A H, oder auf dem Kreise A B o C o H. Entsprechendes gilt von F_b und von F_c. — Die Senkrechten durch A, B, C auf die Seiten von A₁ B₁ C₁ schneiden sich nach § 3 in einem Punkte N, welcher der Winkelgegenpunkt des das Dreieck A₁ B₁ C₁ bestimmenden Punktes V auf H P ist; nach § 1 ist für A₁ B₁ C₁ V der unendlich entfernte Punkt auf H P, sein Winkelgegenpunkt N liegt daher auf dem Umkreise von A B C. Da ferner die Schenkel der $\sphericalangle B A N$ und H C₁ B₁ auf einander \perp stehen, so ist $\sphericalangle B A N = \sphericalangle B_1 C_1 H$, dieser ist $= \sphericalangle B_1 A_1 H$; der Punkt N als Punkt des Dreiecks A B C ist daher homolog dem Punkte H in dem ähnlichen Dreieck A₁ B₁ C₁. — Die Parallelen durch die Ecken von A B C zu den Seiten von A₁ B₁ C₁, weil \perp auf A N, B N, C N, treffen den Umkreis A B C in dem zweiten Endpunkt des durch N gehenden Durchmessers, d. h. in einem Punkte R, welcher dem Punkte P auf dem Umkreise A₁ B₁ C₁ homolog ist. — Fällt man von R auf A B die \perp R R_c, auf A C die \perp R R_b, so ist in dem Kreisviereck R R_b R_c A

$\angle R R_c R_b = R A C$; da A und A_1 , C und C_1 , R und P homologe Punkte in ähnlichen Dreiecken sind, so ist $\angle R A C = P A_1 C_1 = P H C_1$; es bilden also $R_b R_c$ und $P H$ bezüglich mit $R R_c$ und mit $C_1 H$, d. h. mit zwei \perp Geraden gleiche Winkel, sind daher selbst einander \perp ; da $R_b R_c$ die Simsonlinie des Punktes R für das Dreieck $A B C$ ist, so gilt der Satz:

Die Simsonlinie von R im Dreieck $A B C$ ist $\perp P H$.

In derselben Weise ist der Satz abzuleiten:

Die Simsonlinie von P im Dreieck $A_1 B_1 C_1$ ist $\perp R H$.

Trifft die Senkrechte auf $P H$ durch P den Kreis $A B C$ in L , und die Senkrechte auf $L H$ die Gerade $P H$ in P^1 , so ist P^1 der Pol von $P L$; da $P^1 L^2$, Potenz von P^1 in Bezug auf Kreis $A B C$, $= P^1 P \cdot P^1 H$, Potenz von P^1 in Bezug auf Kreis $P H$, ist, so ist P^1 ein Punkt gleicher Potenzen der beiden Kreise, folglich:

Die Polare von P in Bezug auf Kreis $A B C$ ist zugleich Potenzlinie der Kreise $A B C$ und $P H$.

Die durch ähnliche Punktreihen auf den Mittelsenkrechten bestimmten Kegelschnitte.

§ 5. Die Verbindungslinien entsprechender Punkte zweier ähnlicher Punktreihen umhüllen bekanntlich eine Parabel, durch jede der drei Seiten des beweglichen Dreiecks $A_v B_v C_v$ wird daher eine Parabel erzeugt. Irgend zwei Dreiecke der Schar, etwa $A_v B_v C_v$ und $A'_v B'_v C'_v$, sind perspectivisch in Bezug auf den Schnittpunkt H der Mittelsenkrechten, die 3 Punkte, in welchen je 2 entsprechende Seiten der Dreiecke sich schneiden, liegen also auf einer Geraden; halten wir das Dreieck $A_v B_v C_v$ in irgend einer Lage fest und lassen die Ecken des Dreiecks $A'_v B'_v C'_v$ denen von $A_v B_v C_v$ sich nähern, so werden die Schnittpunkte entsprechender Seiten zu Berührungspunkten der Seiten von $A_v B_v C_v$ mit den drei Parabeln, so dass von den Berührungspunkten der Satz gilt:

Die drei Punkte, in welchen die Seiten eines und desselben Punktreihendreiecks die von ihnen erzeugten Parabeln berühren, liegen auf einer Geraden.

Wie in § 1 festgestellt wurde, entartet das Dreieck $A_v B_v C_v$ in drei Fällen in eine gerade Linie, nämlich wenn es in die Lage von $A_t B_t C_t$ oder von $A'_t B'_t C'_t$ oder in die unendlich entfernte Gerade fällt; die drei Parabeln besitzen daher, abgesehen von der allen Parabeln einer Ebene gemeinschaftlichen Tangente im Unendlichen, noch zwei andere, welche auf einander senkrecht stehen und sich in dem mehrfach erwähnten Punkte Q schneiden.

§ 6. Der Brennpunkt der von $A_v B_v$ erzeugten Parabel heiße F_c ; Tangenten dieser Parabel sind die Träger $A_o H$ und $B_o H$ der Punktreihen. Fällt man von F_c auf $A_o H$ die \perp $F_c A_f$ und auf $B_o H$ die \perp $F_c B_f$, so sind A_f und B_f , weil sie der Scheiteltangente angehören, zwei entsprechende Punkte der Punktreihen; ihre Abstände von A_o und B_o , zugleich die Abstände des Punktes F_c von den Seiten $B C$ und $A C$, verhalten sich daher wie homologe Strecken der Punktreihen, d. h. wie die Koordinaten p_a und p_b des Punktes P ; folglich liegt F_c auf der Eckgeraden $C P$. Da andererseits $A_1 B_1 H$ ein Tangentendreieck der Parabel ist, so liegt der Brennpunkt F_c ferner auf dem Umkreise von $A_1 B_1 H$, welcher auch durch P geht. Der Brennpunkt F_c ist also identisch mit dem in § 4 betrachteten Schnittpunkte F_c von $C P$ und Kreis $H P$, oder von $C_1 Q$ mit Kreis $H P$.

§ 7. Andere Oerter für F_c sind der Umkreis des Berührungsdreiecks $A_o B_o H$, welcher auch durch A geht, und diejenigen der rechtwinkligen Berührungsdreiecke $A^t A^t Q$ und $B^t B^t Q$. Die beiden letzten Kreise, welche in Verbindung mit dem Kreise $C^t C^t Q$ bei einer weiter unten folgenden Verallgemeinerung eine wichtige Rolle spielen, haben zu dem Brocard'schen Dreieck $A_1 B_1 C_1$ eine einfache Beziehung. Wenn, wie in § 1, der Punkt V die Gerade $H P$, der Punkt V_c die Seite $A B$ und der Punkt C_v die Mittelsenkrechte $C_o H$ durchläuft, so sind die entstehenden Punktreihen V und V_c projektivisch-ähnlich, V_c und C_v sind von P aus perspektivisch, also V und C_v projektivisch; nun sind T, T^1 (auf Kreis $A B C$), H und V_∞ vier harmonische Punkte der Reihe V , folglich liegen die ihnen entsprechenden Punkte C_t, C^t, C_o, C_1 der Reihe C_v ebenfalls harmonisch. Daher ist in Bezug auf Kreis $C^t C^t Q$ $A B$ die Polare von C_1 und $P C_1$ die Polare von C_o . Um das Verhältniss zu bestimmen, nach welchem $C^t C^t$ durch C_1 oder C_o getheilt wird, fällen wir von P, T und T^1 auf $A B$ die Senkrechten $P P_c, T T_c, T^1 T^1_c$, dann ist in ähnlichen Figuren

$$\begin{aligned} C_1 C^t : P_c P &= C_t P : P T_c = H P : P T \text{ und} \\ C_1 C^t : P_c P &= C^t P : P T^1_c = H P : P T^1, \text{ woraus folgt} \\ C_1 C^t : C_1 C^t &= P T^1 : P T. \end{aligned}$$

Auch die gegenseitige Lage der Punkte $P T T^1$ und $C_1 C^t C_t$ stimmt derart überein, dass, wenn P innerhalb oder ausserhalb der Strecke $T T^1$ liegt, auch C_1 innerhalb oder ausserhalb $C^t C_t$ liegt. Nehmen wir zu $P T T^1$ noch den vierten harmonischen, dem Punkte P zugeordneten Punkt P^1 (vergl. § 4 am Ende) sowie den Kreis um $T T^1$ als Durchmesser, zu $C_1 C^t C_t$ den vierten harmonischen, dem Punkte C_1 zugeordneten Punkt C_o sowie den Kreis um $C^t C_t$ als Durchmesser hinzu, so schliessen wir, dass die aus dem Kreise $A B C$ und der Geraden $P^1 T P T^1$ bestehende Figur ähnlich ist der aus dem Kreise $C^t C_t Q$ und der Geraden $C_o C^t C_1 C_t$ bestehenden Figur. Entsprechendes gilt für die den beiden anderen Mittelsenkrechten durch A_o und durch B_o zugehörigen Figuren. Je nachdem der gegebene Verhältnisspunkt P innerhalb (oder ausserhalb) des Kreises $A B C$ liegt, lässt sich das Ergebniss durch einen der Sätze ausdrücken:

Die drei durch je zwei der Brennpunkte F_a, F_b, F_c und durch den Punkt Q bestimmten Kreise erscheinen von den Ecken des Mittendreiecks A_o, B_o, C_o (des Brocard'schen Dreiecks $A_1 B_1 C_1$) aus unter demselben Winkel, wie der Kreis $A B C$ von dem zu P zugeordneten Pole P^1 aus (von dem Punkte P aus).

§ 8. Die Leitlinie jeder Parabel ist der Ort für die Schnittpunkte je zweier auf einander senkrechter Tangenten. Da die gemeinschaftlichen Tangenten $A t B t C t$ und $A^t B^t C^t$ der drei Parabeln F_a, F_b, F_c auf einander senkrecht stehen, so gehen durch deren Schnittpunkt Q die drei Leitlinien. Da ferner die Leitlinie einer Parabel durch den Höhschnittpunkt eines jeden Tangentendreiecks geht, so enthält die Leitlinie der Parabel F_c den Punkt C_o , in welchem sich die Höhen des Tangentendreiecks $A_o B_o H$ schneiden. Daher sind die Leitlinien der drei Parabeln die durch Q gehenden Ecklinien des Dreiecks $A_o B_o C_o$, welche nach § 2 den durch den Winkelgegenpunkt von P gehenden Ecklinien des Dreiecks $A B C$ parallel sind.

§ 9. Wie oben in § 3 nachgewiesen wurde, treffen die Senkrechten durch die Ecken von $A B C$ auf die entsprechenden Seiten eines beliebigen Punktreihendreiecks $A_v B_v C_v$ einander in einem Punkte, welcher der Winkelgegenpunkt des auf der Geraden $H P$ befindlichen Punktes V ist. Durchläuft V die Gerade $H P$, so erzeugt sein Winkelgegenpunkt bekanntlich eine gleichseitige Hyberbel.*) Ausgezeichnete

*) Für den besonderen Fall der Brocard'schen Figur hat diesen Satz bereits M'Cay in Dublin, wenn auch auf einem anderen Wege, nachgewiesen; vergl. dessen Abhandlung Sur l'hyperbole de Kiepert, Mathesis 1887 Sept. — Der oben erwähnte Punkt N heisst bei Brocard der Tarry'sche Punkt. Ueber die Parallelität der Tangenten und Asymptoten vergl. Hoffm., Zeitschrift Jahrg. 1887, S. 195.

Punkte derselben sind die Ecken A, B, C, entsprechend den Schnittpunkten von H P mit den Seiten des Dreiecks A B C; der Höhenschnittpunkt H', entsprechend H; der Winkelgegenpunkt von P; endlich der Punkt N (§ 4), entsprechend V_{∞} . Fällt V in den einen Endpunkt T' des durch P gehenden Durchmessers, so werden die durch A, B, C auf die Seiten des zu T' gehörigen Punktreihendreiecks A't B't C't gefällten Senkrechten einander und auch der gemeinschaftlichen Parabeltangente At Bt Ct \perp ; andererseits sind die Senkrechten, weil sie durch den Winkelgegenpunkt von T', d. h. den einen der unendlich entfernten Punkte der Hyperbel gehen, der einen Asymptote derselben \perp . Wir gewinnen damit den Satz:

Die beiden gemeinschaftlichen Tangenten der drei Parabeln sind parallel den Asymptoten derjenigen dem Dreieck A B C umgeschriebenen Hyperbel, deren Winkelgegenpunkte die Gerade H P bilden.

Erzeugung von Parabelscharen durch Drehung der Punktreihen-Träger.

§ 10. Statt der bisher benutzten Mittelsenkrechten sollen als Träger der Punktreihen 3 durch Ao, Bo, Co gelegte Gerade genommen werden, welche gegen die Mittelsenkrechten unter einem und demselben Winkel δ in gleichem Drehungssinne geneigt sind; und zwar sei diejenige Drehungsrichtung positiv, bei welcher der Schenkel C B des $\angle \gamma$ in die Lage C A gelangt. Das Verhältniss entsprechender Strecken Ao Av, Bo Bv, Co Cv der Punktreihen bleibe wie bisher $p_a : p_b : p_c$, ebenso seien Ao, Bo, Co entsprechende Punkte. Der Schnittpunkt Dc der Träger Ao Av und Bo Bv liegt auf dem Kreise Ao Bo C H, weil sie bei der Drehung zwei kongruente Strahlenbüschel mit den Mittelpunkten Ao und Bo beschreiben. Auf demselben Kreise liegt auch der Brennpunkt Fc der von Av Bv erzeugten Parabel, weil Ao Bo Dc ein Tangentendreieck derselben ist. Füllen wir ferner aus Fc auf die Träger Ao Av und Bo Bv die Senkrechten Fc Af und Fc Bf, auf die Seiten B C und C A die Senkrechten Fc A'f und Fc B'f, so sind wegen der Gleichheit von Peripheriewinkeln die Vierecke Fc Af Ao A'f und F'c Bf Bo B'f einander ähnlich, folglich $Fc A'f : Fc B'f = Ao Af : Bo Bf$; da aber Af und Bf als Schnittpunkte der Scheiteltangente mit den Trägern entsprechende Punkte sind, so ist $Ao Af : Bo Bf = p_a : p_b$; die Abstände des Brennpunktes Fc von den Seiten BC und CA verhalten sich also ebenso, wie die bezüglichen Abstände des Verhältnisspunktes P, d. h. Fc liegt auf der Ecklinie C P. Der Brennpunkt Fc, als der zweite Schnittpunkt des Kreises Ao Bo C H mit der Geraden C P, fällt also zusammen mit dem in § 6 gefundenen Brennpunkte derjenigen Parabel, deren Träger auf den Dreiecksseiten senkrecht stehen. Die ganze Schar von Parabeln, welche entstehen, wenn die Träger sich um die Punkte Ao und Bo mit gleicher Winkelgeschwindigkeit drehen, hat somit einen gemeinschaftlichen Brennpunkt. Da ausserdem Ao Bo gemeinschaftliche Tangente für alle Parabeln ist, so gelangen wir zu einer einfachen von dem Drehungswinkel unabhängigen Bestimmung der letzteren: Die durch Drehung der Träger erzeugte Parabelschar umfasst alle Parabeln, welche einen festen Punkt zum Brennpunkt und eine feste Gerade zur Tangente haben.

§ 11. Fällt man vom Brennpunkt auf eine Tangente die Senkrechte, so ist diese ebenso lang als ihre Verlängerung bis zur Leitlinie. Daraus ergibt sich als ein Ort für sämtliche Leitlinien derjenige Punkt F'c, welcher in Bezug auf Ao Bo zu Fc symmetrisch liegt; da der ganze Kreis Ao Bo C, auf welchem Fc sich

befindet, zum Feuerbach'schen Kreise in Bezug auf $A_o B_o$ symmetrisch ist, so liegt F^1c auf dem Feuerbach'schen Kreise und ist unabhängig von der Lage der Träger. Ein zweiter Ort der Leitlinien ist unabhängig von der Lage des Brennpunktes F_c und somit auch von der Lage des Verhältnisspunktes P . Bei jeder Lage der beiden Träger ist nämlich $A_o B_o D_c$ ein Tangentendreieck, sein Höhenschnittpunkt E_c , bekanntlich ein Punkt auf der Leitlinie, liegt auf der Senkrechten durch D_c zu $A_o B_o$ so, dass $\sphericalangle A_o E_c B_o =$ dem Supplement von $\sphericalangle A_o D_c B_o$, also $= \sphericalangle A_o C B_o$ ist; da auch $\sphericalangle A_o C_o B_o = \sphericalangle A_o C B_o$ ist, so befindet sich E_c ebenfalls auf dem Feuerbach'schen Kreise. Ist z. B. $\delta = 0$, so fällt D_c in H , folglich E_c in C_o (vergl. § 8); ist $\delta = R$, wie es bei der ersten Parabelgruppe von Lemoine und Tucker der Fall ist, so liegt D_c in C_1 und E_c ist der Halbierungspunkt des oberen Abschnitts der Höhe durch C oder auch der Höhenschnittpunkt des Dreiecks $A_o B_o C$.

§ 12. Auf Grund der in den §§ 2 und 5 erhaltenen Ergebnisse soll nunmehr die wichtige Frage untersucht werden, ob auch bei schiefer Lage der Träger die irgend einem Winkel δ entsprechende Schar von Punktreihendreiecken $A_v B_v C_v$ einen gemeinschaftlichen Theilpunkt hat; im Anschluss an diese Untersuchung wird sich dann die Frage nach dem Vorhandensein von gemeinschaftlichen Tangenten je eines Parabeltripels beantworten lassen. Die Abstände des Punktes A_v von den Dreiecksseiten sind, wenn der Drehungswinkel der Träger $= \delta$ ist,

$$\dot{X}_a = \sigma p_a \cos \delta \quad Y_a = \frac{1}{2} h_b - \sigma p_a \cos (\delta - \gamma) \quad Z_a = \frac{1}{2} h_c - \sigma p_a \cos (\delta + \beta).$$

Die Form der Gleichungen lässt erkennen, dass auch jetzt die Ausdrücke von der Form $l X_a + m X_b + n X_c$ dann von σ (und von δ) unabhängig sind, wenn $l : m : n = a p_b p_c : b p_c p_a : c p_a p_b$ genommen wird. Daraus folgt in völliger Uebereinstimmung mit § 2, dass die Dreiecksschar $A_v B_v C_v$ einen gemeinschaftlichen Theilpunkt hat, und dass dies derselbe Punkt Q ist, welcher bei der senkrechten Lage der Träger auftrat. Sollen nun die drei einem bestimmten Werthe von δ entsprechenden Parabeln gemeinschaftliche Tangenten haben, so müssen diese, als entartete Dreiecke der Schar $A_v B_v C_v$ aufgefasst, durch Q gehen. Zum Vortheil grösserer Uebersichtlichkeit wollen wir die Fälle, wo der Verhältnisspunkt P ausserhalb oder innerhalb des Kreises $A B C$ liegt, gesondert behandeln. Befindet sich P ausserhalb, so liegt A_o innerhalb des in § 7 betrachteten Kreises $A t A^1 t Q$, ebenso B_o innerhalb $B t B^1 t Q$, C_o innerhalb $C t C^1 t Q$. Es führe nun der Träger A_o $A t$ um A_o eine Drehung $= \sphericalangle \delta$ aus, dabei gelange der Punkt $A t$ auf der Peripherie des Kreises $A t A^1 t Q$ nach A_k , welcher Punkt für jede Grösse des Drehungswinkels δ reell bleibt, weil der Drehungspunkt A_o innerhalb der Peripherie liegt; ferner begegne $A_k Q$ dem Kreise $B t B^1 t Q$ zum zweiten Male in B_k , dem Kreise $C t C^1 t Q$ in C_k . Dann sind die Peripheriewinkel $A t Q A_k$ und $B t Q B_k$ von gleicher Grösse und gleichem Drehungssinn, folglich die von ihnen umspannten Kreisbogen $A t A_k$ und $B t B_k$ einander ähnlich. Die Strecken $A_o A t$ und $B_o B t$ verhalten sich nach § 7 wie die Radien dieser Kreisbogen; weil somit die Dreiecke $A_o A t A_k$ und $B_o B t B_k$ ähnlich sind, ist $\sphericalangle B t B_o B_k = \sphericalangle A t A_o A_k = \delta$, also $B_o B_k$ der dem Träger $A_o A_k$ entsprechende Träger. Gleichzeitig folgt aus der Aehnlichkeit der Dreiecke, dass $B_o B_k : A_o A_k = B_o B t : A_o A t = p_b : p_a$, d. h. B_k und A_k sind entsprechende Punkte der Punktreihen auf den Trägern $B_o B_k$ und $A_o A_k$. Da aus denselben Gründen auch $C_o C_k$ und $A_o A_k$ entsprechende Träger, C_k und A_k entsprechende Punkte auf ihnen sind, so trifft die Gerade $Q A_k B_k C_k$ die drei unter dem $\sphericalangle \delta$ gegen die Mittelsenkrechten geneigten Träger in drei entsprechenden Punkten, sie ist somit eine gemeinschaftliche Tangente des zum $\sphericalangle \delta$ gehörigen Parabeltripels. — Der Träger $A_o A_k$ trifft den Kreis $A t A^1 t Q$ noch in einem zweiten Punkte, $A^1 k$; schneidet $A^1 k Q$ den Kreis $B t B^1 t Q$ noch in $B^1 k$, den Kreis

Ct C't Q noch in C'k, so lassen sich über die Gerade A'k B'k C'k dieselben Behauptungen aufstellen, wie über Ak Bk Ck. Damit ist erwiesen, dass auch jedes Parabeltripel, welches durch Punktreihen auf schiefen Trägern erzeugt wird, zwei gemeinschaftliche durch Q gehende Tangenten hat, die jedoch nicht mehr, wie bei senkrechten Trägern, zu einander rechtwinklig stehen. Dass es ausser den beiden eben festgestellten gemeinschaftlichen Tangenten nicht noch eine dritte geben kann, lässt sich aus der Gesamtzahl aller möglichen Tangenten schliessen, welche je zweien von 3 Parabeln gemeinsam sind. Abgesehen von der unendlich entfernten Geraden haben nämlich zwei Parabeln drei (reelle oder imaginäre) Tangenten, also drei Parabeln, welche sich dreimal zu je zweien verbinden lassen, neun Tangenten; nun ist bei unserem Parabeltripel jede der beiden oben gefundenen Geraden Ak Bk Ck und A'k B'k C'k als eine dreifache Tangente aufzufassen; nimmt man zu diesen sechs Tangenten die drei durch die Träger Ao Ak, Bo Bk, Co Ck dargestellten Tangenten, so ist die Gesamtzahl neun erreicht.

Während unter der bisherigen Voraussetzung, dass P ein äusserer Punkt des Kreises ABC, also Ao, Bo, Co innere Punkte der bezüglichlichen durch Q gehenden Kreise seien, diese Kreise für jeden beliebigen Werth von δ in reellen Punkten von den Trägern geschnitten wurden, trifft das letztere nicht mehr zu, sobald P ein innerer, Ao, Bo, Co äussere Punkte der betreffenden Kreise sind. Ist in diesem Falle der absolute Werth von δ kleiner als die Hälfte des Winkels, unter welchem Kreis Ct C't Q von Co aus, oder Kreis ABC von P¹ aus erscheint, d. h. ist $\sin \delta < HP : HT$, so sind die Schnittpunkte der Träger mit den Kreisen reell, und in Folge dessen giebt es, wie in dem früheren Falle, zwei reelle gemeinschaftliche Tangenten der drei Parabeln, ist $\sin \delta > HP : HT$, so werden die Schnittpunkte und auch die gemeinschaftlichen Tangenten imaginär, in dem Grenzfall $\sin \delta = HP : HT$ giebt es eine gemeinschaftliche Doppeltangente. — Mag also der gegebene Verhältnisspunkt P ausserhalb oder innerhalb des Kreises ABC liegen, in beiden Fällen besitzt jedes der Parabeltripel, welche den verschiedenen Werthen von δ entsprechen, zwei reelle oder imaginäre Tangenten; die Beziehung der letzteren zu den drei Kreisen durch Q lässt sich in den Satz zusammenfassen:

Der Ort für die Schnittpunkte jeder gemeinschaftlichen Parabeltangente mit den zugehörigen Trägern ist je einer der drei Kreise, welche durch den gemeinsamen Theilungspunkt Q und durch je zwei der drei Brennpunkte Fa, Fb, Fc gehen.

§ 13. Die Untersuchung der Winkelgegenpunkte der Geraden HP führte in § 9, wo es sich um senkrechte Träger handelte, auf eine dem Dreieck ABC umgeschriebene Hyperbel, deren Asymptoten den gemeinschaftlichen Parabeltangenten parallel waren. Da ein Kegelschnitt durch drei Punkte und die Richtung seiner Asymptoten (seine beiden unendlich entfernten Punkte) vollkommen und eindeutig bestimmt ist, so können wir auch für jede schiefe Lage der Träger einen dem Dreieck ABC umgeschriebenen Kegelschnitt feststellen, dessen (reelle oder imaginäre) Asymptoten den jedesmaligen Parabeltangenten parallel sind. Um die Gesetzmässigkeit der eben definierten Kegelschnitte zu erkennen, wollen wir zunächst wiederum annehmen, dass P ausserhalb des Kreises ABC liegt. In § 9 war die Tangente At Bt Ct oder kürzer Q Ct \neq derjenigen Asymptote, welche durch den (unendlich entfernten) Winkelgegenpunkt von T¹ ging; ziehen wir also durch eine Ecke, z. B. C, die Gerade CD \neq Q Ct, so ist CD Winkelgegenlinie zu CT¹ und $\angle ACD = \angle BCT^1$. Drehen wir nun den Träger Co Ct um einen $\angle \delta$ in die Lage Co Ck, so gelangt die Tangente Q Ct in die Lage Q Ck; um die Richtung der neuen Asymptote, welche der neuen Tangente Q Ck nach Definition \neq werden soll, zu erhalten, müssen wir also CD in gleichem Sinne und um denselben $\angle \delta$ Ct Q Ck drehen. Der Winkelgegenpunkt Dk

des unendlich entfernten Punktes der neuen Asymptote liegt auf dem Umkreise ABC , wir gelangen zu ihm, wenn wir CT^1 um denselben $\angle CtQ Ck$ in entgegengesetztem Sinne drehen. Es ist also Bogen $T^1 Dk = Ct Ck$, und da (vergl. § 7 und § 12) Punkt P^1 zu Kreis ABC dieselbe Lage hat, wie Punkt Co zu Kreis $Ct C^1 Q$, so ist auch $\angle T^1 P^1 Ck = Ct Co Ck = \delta$. Mit denselben Beweismitteln lässt sich nachweisen, dass der Winkelgegenpunkt des unendlich entfernten Punktes der anderen Asymptote derjenige Punkt D^1k ist, in welchem $P^1 Dk$ den Umkreis ABC zum zweiten Mal schneidet. Sämtliche Winkelgegenpunkte des gesuchten Kegelschnitts liegen bekanntlich auf einer Geraden, und da Dk und D^1k als Winkelgegenpunkte der unendlich entfernten Asymptotenpunkte auch solche des Kegelschnitts sind, so enthält die Gerade $P^1 Dk D^1k$ die sämtlichen Winkelgegenpunkte des Kegelschnitts. Folglich:

Die gemeinschaftlichen Tangenten je dreier Parabeln, deren Träger mit den Mittelsenkrechten den $\angle \delta$ bilden, sind parallel den Asymptoten eines Kegelschnitts, dessen Winkelgegenpunkte eine durch P^1 gehende, gegen $P^1 H$ unter $\angle \delta$ geneigte Gerade bilden.

Liegt dabei, wie bisher vorausgesetzt wurde, P^1 innerhalb des Umkreises ABC , so sind die Parabeltangente und die ihnen parallelen Asymptoten sämtlich reell, die durch die letzteren bestimmten Kegelschnitte sind lauter Hyperbeln, welche ein Kegelschnittbüschel mit A, B, C und dem Winkelgegenpunkt P^{11} von P^1 als Mittelpunkten darstellen. Liegt P^1 ausserhalb des Kreises ABC , so sind nach § 12 die Tangenten und die Asymptoten nur reell, wenn $\sin \delta < HP : HT$ ist, dagegen imaginär, wenn $\sin \delta > HP : HT$; das Kegelschnittbüschel besteht aus einer Gruppe von Hyperbeln mit reellen Asymptoten, aus zwei Parabeln mit parallelen unendlich entfernten Asymptoten und aus einer Gruppe von Ellipsen mit imaginären Asymptoten.

§ 14. Die Mittelpunkte der sämtlichen durch A, B, C, P^{11} gehenden Kegelschnitte liegen selbst auf einem Kegelschnitt, welcher durch die Punkte Ao, Bo, Co , durch die Halbierungspunkte von $AP^{11}, BP^{11}, CP^{11}$ und durch die Schnittpunkte dieser Geraden mit den Seiten von ABC geht. Die weitere Eigenschaft dieses „Kegelschnitts der 9 Punkte“, dass je ein Paar seiner konjugierten Durchmesser den Asymptoten je einer Hyperbel des Büschels $\#$ ist,*) giebt uns Aufschluss über die gegenseitige Lage der im vorigen § behandelten Tangenten-Paare. Da diese den Asymptoten-Paaren der Kegelschnitte des Büschels $\#$ sind, so sind sie auch den Paaren konjugierter Durchmesser des Mittelpunkts-Kegelschnitts parallel. Verschieben wir den letzteren sich selbst parallel bleibend so, dass sein Mittelpunkt in den Schnittpunkt Q der Tangenten fällt, so gelangen wir zu einem Kegelschnitt, dessen konjugierte Durchmesser mit je einem Tangenten-Paar zusammenfallen. Dasselbe gilt von allen Kegelschnitten um Q , welche sich in Ähnlichkeitslage zu dem eben genannten befinden. Eine leicht durchführbare Rechnung ergibt, dass die Quadrate der Halbachsen aller dieser ähnlichen Kegelschnitte sich verhalten wie die durch P gebildeten Abschnitte des Kreisdurchmessers TT^1 . Daher der Satz:

Die zu demselben $\angle \delta$ gehörigen Paare gemeinschaftlicher Parabeltangente sind die konjugierten Durchmesser einer Schar konzentrischer und ähnlich gelegener Kegelschnitte, deren Achsenquadrate sich verhalten wie die durch P gebildeten Abschnitte des durch P gehenden Durchmessers vom Umkreise ABC .

*) Vergl. Steiner, Theorie der Kegelschnitte, bearb. v. Schröter, § 47 und § 38.

Anwendung der Ergebnisse auf einzelne Fälle, Hinweis auf die Möglichkeit weiterer Verallgemeinerungen.

§ 15. Die erste Parabelgruppe von Artzt wird durch ähnliche Punktreihen mit dem Aehnlichkeitsverhältniss $a : b : c$ bestimmt, deren Träger die Dreiecksseiten sind. Diese Gruppe entspricht also den besonderen Fällen, dass $\delta = 90^\circ$ und P der Grebe'sche Punkt K ist. Da K ein innerer Punkt des Kreises ABC und $\sin 90^\circ > HK : HT$ ist, so kann dieses Parabeltripel nach § 12 gemeinschaftliche Tangenten nicht haben. Die zweite Parabelgruppe von Artzt, diejenige, deren gemeinschaftliche Tangenten Brocard entdeckt hat, unterscheidet sich von der ersteren dadurch, dass die Träger von den Mittelsenkrechten gebildet werden. Hier liegt also der Verhältnisspunkt ebenfalls in K, aber δ ist $= 0^\circ$: gemäss § 12 giebt es gemeinschaftliche Tangenten, und nach § 5 stehen sie auf einander \perp . Zugleich ist aus § 10 ersichtlich, dass die Parabeln beider Gruppen paarweise konfokal sind. Auch kann aus § 11 leicht gefolgert werden, dass die Leitlinien der einen Gruppe auf denen der andern paarweise senkrecht stehen: Leitlinie $F'c Ec \perp F'c Co$, weil $Ec F'c Co$ Peripheriewinkel und $Ec Co$ Durchmesser des Feuerbach'schen Kreises ist. Aus demselben § folgt endlich, dass Leitlinie $F'c Co$ Mittellinie des Dreiecks ABC ist; denn sie bildet mit CB einen \sphericalangle , der gleich dem Wechselwinkel $F'c Co Bo$ ist, dieser ist $= Fc CA$, weil beide Peripheriewinkel auf gleichen Bogen $Bo F'c$ und $Bo Fc$ gleicher Kreise sind; $F'c Co$ bildet also mit CB denselben \sphericalangle wie die Gegenmittellinie $C Fc$ mit CA.

Jede der Parabeln der von Brocard*) untersuchten dritten Gruppe kann als solche definiert werden, welche zwei Höhen berührt und deren Brennpunkt der Schnittpunkt einer Mittellinie mit dem um SH^1 (Schwerpunkt — Höhenschnittpunkt) als Durchmesser beschriebenen Kreise ist. Beziehen wir die Parabel auf das dem Dreieck ABC umgeschriebene Paralleldreieck, so lautet ihre Definition: sie wird erzeugt durch ähnliche Punktreihen auf den Mittelsenkrechten, ihr Brennpunkt ist der Schnittpunkt einer Mittellinie mit dem Kreise um H S. In Uebereinstimmung mit den Ergebnissen von § 6 gelangen wir also zu den Parabeln der dritten Gruppe, wenn wir $\delta = 0^\circ$ setzen und als Verhältnisspunkt P den Schwerpunkt S wählen.

§ 16. In den vorangehenden Betrachtungen wurden als senkrechte Träger der Punktreihen die Geraden durch die Mitten der Seiten benutzt. Eine grössere Allgemeingültigkeit der Sätze erreichen wir, wenn wir zu Trägern drei beliebige auf den Seiten von ABC senkrechte Gerade nehmen. Ohne näher auf diese Untersuchungen einzugehen, kann doch aus den in § 2 angewandten Methoden alsbald geschlossen werden, dass auch in diesem allgemeinen Falle es einen gemeinsamen Theilpunkt der durch ähnliche Punktreihen gebildeten Dreiecke giebt. Schwieriger und wohl nicht ohne einen grösseren Aufwand von Rechnungen werden die Fragen zu beantworten sein: unter welchen Bedingungen sind gemeinschaftliche (reelle) Tangenten der entstehenden Parabeln vorhanden? welche Lage haben ihre Brennpunkte und Leitlinien? Die eben vorausgesetzte Lage der drei Träger ist eine vollkommen allgemeine derart, dass wir dieselben als das ursprünglich Gegebene auffassen und ein Dreieck, dessen Seiten auf ihnen \perp stehen und durch drei homologe Punkte gehen, hinzufügen können. Dadurch wird die ganze bisherige Untersuchung, die sich auf die Geometrie des Dreiecks bezog, zu einer Untersuchung über Kegelschnitte. Von

*) Propriétés d'un groupe de paraboles in den Mém. de l'Acad. de Montpellier, 1886.

diesem neuen Gesichtspunkte aus dürfte die Behandlung der folgenden drei Aufgaben zu bemerkenswerthen Ergebnissen führen: die durch drei ähnliche Punktreihen bestimmten Parabeln, die durch drei projektische Punktreihen oder Strahlenbüschel bestimmten Kegelschnitte zu untersuchen.

Bromberg, den 1. Februar 1888.

Dr. Kiehl.

Schul-Nachrichten

von Ostern 1887 bis Ostern 1888.

I. Allgemeine Lehr-Verfassung.

1. Uebersicht über die einzelnen Lehrgegenstände und die für jeden derselben bestimmte Stundenzahl.

A. Realgymnasium.

	I	II	III	III	III	III	III	IV	IV	V	V	VI	VI	Sa.
				C. a	C. b	C. a	C. b	C. a	C. b	C. a	C. b	C. a	C. b	
Religionslehre, evang. . . .	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	28
„ fathol.	2					2					2			6
Deutsch	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	39
Latin	5	5	5	6	6	6	6	7	7	7	7	8	8	83
Französisch	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	—	—	48
Englisch	3	3	3	4	4	4	4	—	—	—	—	—	—	25
Geschichte u. Geographie . .	3	3	3	4	4	4	4	4	4	3	3	3	3	45
Mathematik u. Rechnen . . .	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	5	63
Naturbeschreibung	—	—	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	22
Physik	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9
Chemie	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Zeichnen	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	26
Jüdischer Relig.-Unterricht .	—	1					1					2		4
Turnen	2		2	2		2	2	2	2	2		2		18
Singen	3										1	1	2	7

B. Vorschule.

	I. Kl.	II. Kl.	III. Kl.	Sa.
Religionslehre, evang. . . .	3	3	3	9
„ fath.	2			2
	comb. mit VI des Realgymnasiums			
Deutsch	7	6	6	19
Schreiben	3	4	3	10
Rechnen	5	5	5	15
Geographie	2	—	—	2
Turnen	2		—	2
Singen	2	2	2	6

3. Uebersicht über die während des Schuljahres 1887/88 absolvirten Pensen.

A. Realgymnasium.

Prima.

Ordinarius: Oberlehrer Gutzeit.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Im Sommer Glaubenslehre, erste Hälfte: Allgemeines, die Lehre von Gott, vom Menschen, von der Sünde und von Jesus Christus. Im Winter Kirchengeschichte, erste Hälfte: Von der Gründung der christlichen Kirche bis zu den reformatorischen Vorbestrebungen; nach Roach, Hülfsb. § 96—115, bezw. 46—79. — Erklärung einzelner Abschnitte des Johannes-Evangeliums. — Wiederholung aus früheren Pensn. 2 Std. w. Krüger.

b) **Katholische.** Prima mit Ober-Secunda, Unter-Secunda und Ober-Tertia Coet. a. und b. combinirt.

Glaubenslehre: Von den sieben heiligen Sakramenten und den vier letzten Dingen. 1 Std. w.

Kirchengeschichte: Das Mittelalter. 1 Std. w. Präbendar Kretschmer.

Deutsch. Uebersicht über die Entwicklung der deutschen Sprache und über die Hauptepochen der deutschen Dichtung. Privatim gelesen und in der Klasse besprochen wurden Schillers Abhandlungen: „Über den Grund des Vergnügens an tragischen Gegenständen“, „Über die tragische Kunst“ und „Über naive und sentimentalische Dichtung“, sowie Schillers „Wallenstein“. Erörterung und Korrektur der Aufsätze. 3 Std. w. Gutzeit.

Themata der deutschen Aufsätze: 1. Mein Erbteil, wie herrlich weit und breit! Die Zeit ist mein Besitz, mein Aker ist die Zeit. 2. Der Begriff der nationalen Ehre, aus Ciceros Rede für das Manilische Gesetz entwickelt. 3. Uebersetzung aus Ciceros IV. Rede gegen Catilina, Kap. 1 und 2. 4. Der Begriff der deutschen Treue, entwickelt aus dem Nibelungenliede. 5. (Klassenarbeit.) Singulorum facultates et copiae divitiae sunt civitatis. 6. Sollen dich die Dohlen nicht umschrei'n, mußst nicht Knopf auf dem Kirchturm sein. 7. a) Der Begriff der Tragödie nach Lessing und nach Schiller. b) Wie verhält sich Lessings und Schillers Auffassung der Tragödie zu der Forderung Goethes, daß ein Kunstwerk keinen Zweck außer sich habe? 8. Uebersetzung aus Ciceros III. Rede gegen Catilina, Kap. 8. 9. a) Welche Verhältnisse im römischen Staat und in der römischen Gesellschaft begünstigten das Unternehmen des Catilina? (Klassenarbeit.) b) Durch welche Charakterzüge sucht Schiller uns seinen Wallenstein menschlich näher zu bringen? (Aufgabe für die Reifeprüfung.) 10. Mit welchem Recht bezeichnet Schiller den Horaz als einen sentimentalischen Dichter? —

Latein. Gelesen wurde Cic. de imp. Cn. Pompeji, divinatio in Q. Caecilium, Sallust. Cat. mit Auswahl und eine Auswahl von Oden des Horaz. Im Anschluß an die Lectüre Wiederholungen und Erörterungen aus der Formenlehre und der Syntax. 5 Std. w. Gutzeit.

Französisch. Lectüre aus Herrig's la France Littéraire: Boileau, le Lutrin. — Voltaire, Mérope. — Buffon, Chateaubriand, Lammenais. — Saure, Histoire grecque et romaine. zu Vorträgen und Sprechübungen benutzt. Wiederholung der Grammatik nach Plöb's Schulgrammatik in französischer Sprache. Synonymik. Exercitien. Extemporalien. Freie Vorträge in französischer Sprache. Aufsätze. 4 Std. w. Dr. Görres.

Themata der französischen Aufsätze: 1. L'anneau de Polycrate. 2. Législation de Lycurgue. 3. Les maires du palais. 4. La troisième Croisade. 5. Les Ostrogoths. 6. Louis de Bavière. 7. Les derniers Carolingiens en Allemagne. 8. Maximilien Ier. 9. Les Visigoths.

Abiturienten-Aufsatz: Thémistocle et Aristide.

Englisch. Lectüre aus Herrig's British Classical Authors: Richard II. von Shakespeare; Gibbon, Disraeli, Baneroff, Byron, Longfellow. Wiederholung der Grammatik nach Geisenius' Schulgrammatik, in englischer Sprache. Mündliche Uebersetzungen aus Schiller's Abfall der vereinigten Niederlande. Vorträge und Sprechübungen in Anknüpfung an die Lectüre. Synonymik. Exercitien und Extemporalien. 3 Std. w. Dr. Görres.

Geschichte. Geschichte der neueren Zeit von 1517 1740 nach Dieltz, Grundriß § 91—108 incl. — Wiederholung der wichtigsten Abschnitte der alten Geschichte und des Mittelalters. Jeder Primaner hielt einen selbst ausgearbeiteten Vortrag. 3 Std. w. Engelhardt.

Mathematik. Kubische Gleichungen, Kettenbrüche und diophantische Gleichungen; Combinationslehre; unendliche Reihen; die ausgezeichneten Werthe der Functionen. Wiederholung und Erweiterung der früheren Lehrabschnitte; Übungen im Aufgabentösen. 5 Std. w. Der Direktor.

Abiturienten-Aufgaben: 1. Die Gleichungen $x + y = 1$, $(x^2 + y^2)(x^3 + y^3) = 35$ aufzulösen. 2. Wie tief sinkt eine Kugel von Pappelholz mit dem specifischen Gewicht $\frac{81}{256}$ in Wasser ein? 3. In einem Kreisviereck ABCD ist die Seite AB = 93, BC = 75, die Diagonale AC = 104, $\angle DBC = 47^\circ 18,57'$. Wie groß ist die andere Diagonale? 4. Von einer Parabel ist die Leitlinie und der Brennpunkt gegeben. Es soll ein Quadrat gezeichnet werden, von dem zwei Ecken auf der Parabel, die beiden anderen auf dem Parameter liegen.

Physik. Akustik, Optik, Magnetismus, Electricität. 3 Std. w. Der Direktor.

Abiturienten-Aufgaben: 1. Eine senkrecht aufwärts geworfene Rakete sieht man nach 4 sec. und hört man nach $4\frac{1}{4}$ sec. zerplätzen. Wie hoch befindet sie sich, und welches war ihre Anfangsgeschwindigkeit? 2. Vor einem Hohlspiegel, dessen Krümmungsradius 8 cm beträgt, soll ein Gegenstand so aufgestellt werden, daß das Bild 6 cm vom Gegenstande entfernt ist. Wo muß sich Gegenstand und Bild befinden? Wie stark ist die Vergrößerung?

Chemie. An eine Reihe von Experimenten, von welchen die Primaner einige im Laboratorium selbst ausführten, schlossen sich Besprechungen über die Eigenthümlichkeiten der wichtigsten Leicht- und Schwermetalle, über thermische Reactionen und über einige Mineralien, welche bei den Experimenten in Gebrauch kamen, mit Zugrundelegung von Schreiber's Grundriß. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Zeichnen. Reliefornamente und Köpfe nach Gyps. Federzeichnungen. Die Centralperspective. 2 Std. w. Müller.

Ober-Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Engelhardt.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Lesen und Erklärung der Apostelgeschichte. Erweiterung der Bibelfunde alten Testaments; nach dem Hülfsb. von Noack. — Wiederholungen aus früheren Penssen. 2 Std. w. Krüger.

b) **Katholische.** Vide Prima.

Deutsch. Lectüre lyrischer Gedichte von Mopsock, Schiller, Goethe und den Dichtern der Freiheitskriege nach Hopf und Paulsick; Schillers „Lied von der Glocke“ wurde auswendig gelernt; ferner wurden gelesen „Die Jungfrau von Orleans, Don Carlos, Egmont“ und „Minna von Barnhelm“. — Einiges aus der Poetik. — Declamations- und Dispositionsübungen, Aufsätze. 3 Std. w. Engelhardt.

Themata der deutschen Aufsätze: 1. Verführung, Firtum, Not und Jugend sind Urjach', daß ich fehlen muß. 2. Wie hängen die Lebensbilder in Schillers „Lied von der Glocke“ untereinander und mit den Meisterprüchen zusammen? 3. Die Lage Frankreichs vor und bei dem Auftreten der Jungfrau von Orleans nach Schillers Andeutungen geschildert. 4. In welcher Art und aus

welchen Gründen weicht Schiller im Schlusse seiner „Jungfrau von Orleans“ von der geschichtlichen Überlieferung ab? (Klassenarbeit). 5a. Die Feinde der Gesundheit. 5b. „Für seinen König muß das Volk sich opfern, das ist das Schicksal und Gesetz der Welt.“ 6. Was hindert uns an vollkommener Pflichterfüllung? 7. Übersetzung aus Cäsars Rede bei Sal. Catilina. 8. Aus welchen Gründen bedauert und tröstet Albas Sohn den sterbenden Cagmont? 9. Charakteristik des Majors von Tellheim in Lessings „Minna von Barnhelm“. (Massenarbeit.) 10. Rom zweimal Herrscherin der Welt.

Lat. in. Gelesen wurde Sal. Catil., Ovid. Met. II; Privatlectüre aus Caesar. d. bello Gallico. Wiederholung der Grammatik und Befestigung derselben durch Exercitien und Extemporalien. 5 Std. w. Engelhardt.

Französisch. Schullectüre aus Herrig, la France Littéraire: Corneille, Horace. — Victor Hugo, Lamartine. — Michaud, la troisième Croisade, zu Vorträgen und Sprechübungen benutzt. Plöb' Schulgrammatik Lft. 66 bis zu Ende, zum Theil in französischer Sprache wiederholt. Exercitien, Diktate, Extemporalien. 4 Std. w. Dr. Görres.

Englisch. Schullectüre aus Herrig, British Classical Authors: Fielding; Goldsmith, Dryden; Hume, Robertson, Macaulay, theilweise in englischer Sprache besprochen. Geseinius' Grammatik § 130—268. Exercitien, Diktate, Extemporalien. 3 Std. w. Dr. Görres.

Geschichte und Geographie. Deutsche Geschichte des Mittelalters bis 1291; das Wichtigste aus der französischen und englischen Geschichte des Mittelalters. — Dielz Grundriß § 43—79 und § 86 u. 87. 2 Std. w. Wiederholung der physischen und politischen Geographie von Deutschland, Oesterreich und der Schweiz; außerdem Amerika und Afrika nach Zundli, H. Schulgeographie. 1 Std. w. Engelhardt.

Mathematik. Arithmetische und geometrische Reihen, Zinsezins- und Rentenrechnung, Exponentialgleichungen und schwierigere quadratische Gleichungen. Trigonometrie (nach Rambly). Fortsetzung der Stereometrie. In der Planimetrie: Ähnlichkeitslage der Figuren; Berührungskreise des Dreiecks; algebraische Geometrie. 5 Std. w. Radtke.

Physik. Akustik, Optik, Magnetismus, Electricität. 3 Std. w. Dr. Kuhje.

Chemie. Die Lehre von den wichtigeren nichtmetallischen Elementen, an Experimenten erläutert. Im Anschluß hieran die Beschreibung einiger bei den Experimenten zur Anwendung gelangten Mineralien der orthobasischen Systeme, nach Schreiber's Grundriß. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Zeichnen. Relieffornamente nach Gyps, Körpergruppen mit vollständiger Schattirung. Federzeichnungen, farbige Ornamente. 2 Std. w. Müller.

Unter-Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Krüger.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Das Leben Jesu nach dem Matthäus-Evangelium, welches gelesen und erklärt wurde. Geschichte des Kirchenliedes nach Noack, Hilfsb. § 129. Erweiterung der Bibeltunde neuen Testaments nach Noack. Wiederholungen aus früheren Jahren. 2 Std. w. Krüger.

b) **Katholische.** Vide Prima.

Deutsch. Einiges aus der Poetik, Metrik und der Dispositionslehre. Biographien der bedeutendsten Schriftsteller des 18. Jahrhunderts im Anschluß an das Lesebuch von Hopf und Paulsick. Gelesen wurde außer einigen Stücken des Lesebuches Goethes „Hermann und Dorothea“ und Schillers „Wilhelm Tell.“ Aufsätze und Vorträge. 3 Std. w. Krüger.

Themata der deutschen Aufsätze: 1. Über die Disposition eines deutschen Aufsatzes und ihr Verhältnis zur eigentlichen Ausführung. 2. Inhaltliche Erklärung der Gedichte „Seefahrt“ und „Der Schatzgräber“ von Goethe. 3. Wohlthätig ist des Feuers Macht, wenn sie der Mensch bezähmt, bewacht — Doch furchtbar wird die Himmelskraft, wenn sie der Fessel sich entrafft. 4. Unterhandlung des Ambiorix mit den Legaten Cotta und Titurius und Erfolg derselben (nach

Caes. bell. Gall. V, 26 ff.) (Klassenarbeit). 5. König Sancho. (Eine Charakteristik nach Herders „Eid“, Romanze 23—33). 6. Postina lento! 7. Der Pfarrer in Goethes „Hermann und Dorothea“. 8. In wiefern bildet in Goethes „Hermann und Dorothea“ der erste Gesang die Exposition dieses Gedichtes? (Klassenarbeit). 9. Wer gar zu viel bedenkt, wird wenig leisten. 10. Wer ist unser Freund?

Lat. Lectüre: Caes. bell. Gall. V, 26 ff. Ovid Metam. I, 250 ff. und II init. (Grammatik: Die wichtigsten Eigenthümlichkeiten im Gebrauche der Adjectiva und Pronomina, Gebrauch des Gerundiums und Gerundivums, sowie der Supina nach Ferd. Schults, II. lat. Sprachlehre, Kap. 38; 45; 46. Einiges aus der Prosodie und Metrik nach Schults, Kap. 47. Wiederholungen aus früheren Penen. Exercitien und Extemporalien. 5 Std. w. Krüger.

Französisch. Lectüre aus Herrig: Mérimée, Courier, Barante, Maistre, de Vigny. Grammatik nach Plöb II, Lect. 39—65. Exercitien, Dictate, Extemporalien. 4 Std. w. Mann.

Englisch. Lectüre aus Herrig: Irving, Lingard, Chesterfield, Bulwer, Burns. Grammatik nach Gesenius § 1—130. Exercitien, Dictate, Extemporalien. 3 Std. w. Mann.

Geschichte und Geographie. Im Sommer griechische, im Winter römische Geschichte nach Dieltz, Grundriß der Weltgeschichte, § 8—38. Wiederholungen aus der Geographie der außerdeutschen europäischen Länder, Asiens und Australiens, nach Zundt II. Schulgeographie. S. 26—39, 65—77, 114—130, 1—14, 148—151. 3 Std. w. Dr. Dsiecki.

Mathematik. Von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen nach Bardey's Aufgabensammlung. Quadratische Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Stereometrie (nach Ramblu § 61). Repetition der Planimetrie an Constructionsaufgaben. 5 Std. w. Kolbe.

Physik. Mechanik und Wärmelehre (nach Koppe's Grundriß). 3 Std. w. Kolbe.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Das Wichtigste aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen. Im Winter: Der Bau des menschlichen Körpers und die hauptsächlichsten Lebensvorgänge in demselben (nach Schilling's Schulnaturgeschichte). 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Zeichnen. Die orthographische Projectionslehre: Projection des Punktes, der Geraden, einiger Umdrehungsflächen, der regulären Körper, Durchdringungen auf 2 Ebenen. Die Parallelspectiv. 2 Std. w. Müller.

Ober-Tertia.

Ordinarius: Coet. a. Realgymnasiallehrer Dr. Dsiecki, Coet. b. Realgymnasiallehrer Dr. Reek.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Bibelfunde nach Rack, Hülfsbuch § 1—45. Erklärung von verschiedenen Abschnitten der heiligen Schrift. Memoriren von Kirchenliedern und Psalmen. Wiederholung des lutherischen Katechismus. 2 Std. w. Coet. a. und b. Dr. Brülcke.

b) **Katholische.** Vide Prima.

Deutsch. Wiederholung früherer grammatischer Penen im Anschluß an die Lectüre von Hopf und Paulsief; insbesondere der zusammengesetzte Satz und die Periode. Lectüre des Homer nach Voß und Übungen in Vorträgen daraus; Erklärung Schiller'scher und Uhlands'scher Balladen. Aufsätze und Deklamationen. 3 Std. w. Coet. a. Seelig, Coet. b. Dr. Reek.

Themata der deutschen Aufsätze: Coet. a.: 1. Rede eines Schweizers auf Tell. (In Anlehnung an Uhlands Gedicht „Tells Tod“.) 2. Die Troer stürmen die Mauer des griechischen Lagers (II. XII). 3. Weshalb verdient der „wilde Jäger“ seine Strafe? (Nach Bürger). 4. Der Schild des Achilleus (II. XVIII). (Klassenaufsatz). 5. Gang der Handlung in Uhlands „Normannischer Brauch“. 6. Wodurch werden in Schillers Gedicht „Die Kraniche des Jybus“

die Mörder zum Geständnis ihrer That gebracht? 7. Das Verhalten der Eingeborenen bei der ersten Landung des Columbus in Amerika. (Uebersetzung aus dem Englischen). 8. Schilderung einer Eisenbahnfahrt. 9. Die Götter bringen den Menschen die Kultur. (Im Anschluß an Schillers Gedicht „Das Eleusische Fest“.) (Klassenaufsatz). 10. Der Nutzen der Buchdruckerkunst.

Coet. b.: 1. Der Segen des Ackerbaues nach Schillers Rätsel vom Pfluge. 2 Welche Charakterzüge lernen wir am Grafen in Uhlands „Der Schenk von Limburg“ kennen? 3. Uebersetzung von Caes. de bell. gall. I, 31 in directer Rede. 4. Diomedes und Odysseus als Kundschafter im Lager der Troer (Klassenaufsatz). 5. Durch welche Gründe sucht der Ritter im „Kampf mit dem Drachen“ seine That vor dem Großmeister zu rechtfertigen? 6. Der Monat November. 7. Schillers „Kraniche des Jbykus“ verglichen mit Chamisso's Gedicht „Die Sonne bringt es an den Tag“. 8. Die Entscheidungsschlacht zwischen Cäsar und Ariovist (Probearbeit). 9. Lob des Eisens. 10. Des Odysseus Ankunft auf Ithaka.

Lat. Gebrauch der Tempora und Modi, der Infinitiv- und Participial-Constructionen nach Schulz, § 239—284. Wiederholung der Casus- und der Formenlehre. Exercitia und Extemporalien. Lectüre: Caesar de bell. Gall. I, 1—29, VI, 9—29; I, 30—54 u. II, 1—10. Einige Fabeln des Phaedrus. 6 Std. w. Coet. a. Dr. Dsieccki, Coet. b. Dr. Reech.

Französisch. Grammatik nach Plöb's Schulgrammatik, Lect. 24—38. Exercitien, Dictate, Extemporalien. Lectüre aus Herrigs La France littéraire; Michaud, Thiers, Frédéric II; Voltaire; Buffon; Fénelon; Lafontaine. 4 Std. w. Coet. a. Dr. Dsieccki, Coet. b. Dr. Görres.

Englisch. Grammatik nach Geisenius' Elementarbuch, Kap. 14 bis 23. Exercitien, Dictate, Extemporalien. Lectüre aus dem Elementarbuch von Geisenius. 4 Std. w. Coet. a. Seelig, Coet. b. Gutzeit.

Geschichte. Die ganze brandenburgisch-preussische und die neuere deutsche Geschichte (1618—1871) nach Andra; §§ 102—150 mit Anschluß der §§ 103, 105, 117, 119, 130, 135, 136, 137, 139, 142, 144, 145, 148. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Dsieccki, Coet. b. Dr. Brülcke.

Geographie. Deutschland und Oesterreich in physischer und politischer Beziehung mit besonderer Berücksichtigung Preussens. Das Wesentliche aus der Geschichte der Geographie. Nach Seyditz' H. Schul-Geographie. S. 39—64 und 81—113. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Dsieccki, Coet. b. Dr. Görres.

Mathematik. a) Arithmetik. Lineare Gleichungen mit einer und mehreren und quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten; Anwendung derselben zur Lösung von Aufgaben (Barden's Aufgabenammlung).

b) Geometrie: Ähnlichkeit der Figuren, Berechnung der regulären Polygone und des Kreises nach Rambly § 128—165. Constructionsaufgaben. 5 Std. w. Coet. b. Dr. Kleinert. Coet. a. Geometrie 3 Std. w. Schaub, Arithmetik 2 Std. w. Radicke.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Schwierigere Pflanzenfamilien. Repräsentanten aus den Klassen der Kryptogamen. Übersicht über das Pflanzenreich nach dem Decandolle'schen System. Im Winter: Übersicht des gesammten Thierreichs nach Schilling's Schul-naturgeschichte. 2 Std. w. Coet. a. Schaub, Coet. b. Dr. Kleinert.

Zeichnen. Belehrung über Licht- und Schattengesetze. Körper und Reliefornamente mit vollständiger Schattirung. Grund- und Aufrisse von einfachen Körpern. 2 Std. w. Coet. a. u. b. Müller.

Unter-Tertia.

Ordinarius: Coet. a. Realgymnasiallehrer Dr. Deipser, Coet. b. Realgymnasiallehrer Bonin.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Biblische Geschichten des alten Testaments nach Noack, Hilfsbuch § 6—18. Das christliche Kirchenjahr, § 130 und Erklärung der Sonntagsevangelien. Wiederholung der drei ersten Hauptstücke, Erlernung des 4. und

5. Hauptstücks. Lernen und Wiederholen von Kirchenliedern und Sprüchen. 2 Std. w. Coet. a. und b. Dr. Brülke.

b) **Katholische.** Unter-Tertia mit Quarta und Quinta (Coet. a. und b. combinirt. Katechismus: Erklärung des zweiten bis zehnten Gebots, der fünf Kirchengebote und der Lehre von der Sünde und der Tugend. 1 Std. w.

Biblische Geschichte nach der Bibl. Gesch. von Dr. Schuster: aus dem alten Testamente § 59—88, aus dem neuen § 1—33. 1 Std. w. Präbendar Kretschmer.

Deutsch. a) Lectüre und Erläuterungen von prosaischen und poetischen Stücken aus dem Lesebuch von Hopf und Paulsief. Aufsätze und Declamationen. b) Satzlehre: Erweiterung und Ergänzung der früheren Curse, besonders der zusammengesetzte Satz nach dem grammat. Abriß im Lesebuch. 3 Std. w. Coet. a. Dr. Deipser, Coet. b. Bonin.

Latein. Wiederholung der Formenlehre. Aus der Syntax die Congruenz der Satztheile und die Kasuslehre nach der Grammatik von F. Schulz, eingeübt an den entsprechenden Paragraphen des Übungsbuches. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Nepos. 6 Std. w. Coet. a. Dr. Deipser, Coet. b. Bonin.

Französisch. Grammatik nach Plöb II, Lect. 1—23. Wiederholung der Elementargrammatik. Exercitien, Diktate, Extemporalien. Lectüre aus Rollin: Hommes illustres. 4 Std. w. Coet. a. Dr. Dsieczi, Coet. b. Radicke.

Englisch. Grammatik und Lectüre nach dem Elementarbuch von Gesenius, Kap. I—XIII. Einige schriftliche Übungen. 4 Std. w. Coet. a. Mann, Coet. b. Dr. Kuhse.

Geschichte. Geschichte der Völkerwanderung und des Mittelalters mit besonderer Berücksichtigung der deutschen Kaiser; nach Andrá, Grundriß der Weltgeschichte, § 61—101 mit Ausnahme von § 97, 98, 99. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Deipser, Coet. b. Bonin.

Geographie. Europa mit Auschluss von Deutschland und Oesterreich, nach Zeydlig, fl. Schulgeographie. Coet. a. Dr. Deipser, Coet. b. Bonin.

Mathematik. a) Geometrie: Kreislehre. Vergleichung des Flächeninhalts, Verwandlung, Theilung und Ausmessung geradliniger Figuren, nach Kramb's Leitfaden § 82—127. Lösung von Aufgaben. Repetition des Kurses von Quarta. 3 Std. w. Coet. a. Dr. Kleinert, Coet. b. Radicke.

b) Arithmetik: Die vier Grundoperationen der Buchstabenrechnung. Quadrate und Quadratwurzeln. Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Kleinert, Coet. b. Radicke.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Die wichtigeren natürlichen Pflanzenfamilien. Erläuterung des Baues der Blüte mittelst der Blütendiagramme. Im Winter: Die Ordnungen der Insekten, Repräsentanten der übrigen Klassen der wirbellosen Thiere nach Schilling's fl. Schulnaturgeschichte. 2 Std. w. Coet. a. und b. Schaub.

Zeichnen. Fortsetzung des Körperzeichnens. Constructionszeichnen: Ellipsen, Spiralen, Flächenmuster. 2 Std. w. Coet. a. und b. Müller.

Quarta.

Ordinarius: Coet. a. Realgymnasiallehrer Seelig, Coet. b. Realgymnasiallehrer Kolbe.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Erklärung des dritten, Wiederholung des ersten und zweiten Hauptstücks. Lectüre und Erklärung der Apostelgeschichte. Memoriren von Kirchenliedern und Bibelsprüchen. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Reek, Coet. b. Hertel.

b) **Katholische.** Vide Unter-Tertia.

Deutsch. Lehre von der Satzverbindung und dem Satzgefüge. Hauptregeln der Interpunktion. Lectüre aus dem Lesebuche von Hopf und Paulsief. Aufsätze und Declamationen. 3 Std. w. Coet. a. Seelig, Coet. b. Kolbe.

Latein. Wiederholung des grammatischen Pensums von Sexta und Quinta. Die Verba composita; Adverbien und Conjunctionen; verbundene und absolute Participial-

constructionen; Accusativus cum Infinitivo; Construction der Städtenamen. Anmerkungen zur ersten, zweiten und dritten Declination; substantiva defectiva und abundantia; numeralia distributiva und multiplicativa; pronomina indefinita; nach der kleinen lateinischen Sprachlehre von F. Schulz. Übersetzungen aus dem Übungsbuche von F. Schulz. Exercitien und Extemporalien. 7 Std. w. Coet. a. Seelig, Coet. b. Gutzeit.

Französisch. Einübung des in den Sectionen 61—105 der Elementargrammatik von Plöb enthaltenen grammatischen Stoffes. Übungen im mündlichen und schriftlichen Übersetzen nach denselben Sectionen. Wiederholungen aus dem Penſum von Quinta. Exercitien und Extemporalien. 5 Std. w. Coet. a. Seelig, Coet. b. Dr. Reck.

Geschichte. Im Sommer: Griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Großen. Im Winter: Römische Geschichte bis Titus; nach Andrá, Grundriß der Weltgeschichte § 15—31, 33—54. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Reck, Coet. b. Gutzeit.

Geographie. Die Produkte der Erde, die Erde als Wohnsitz des Menschen betrachtet; politische Geographie der außereuropäischen Länder nebst Wiederholung der physischen; nach Seydlitz, fl. Schulgeographie, 20. Bearbeitung, S. 24—30 (§ 18 und 19 der „allgem. Erdkunde“.) Coet. a. und b. Dr. Reck.

Mathematik. a) Arithmetik: Wiederholung der Decimalbrüche mit Erweiterungen. Zusammengeordnete Regelketten, Procent, Gesellschafts- und Mischungsrechnung. 2 Std. w.

b) Geometrie: Die Planimetrie nach Rambow's Leitfaden bis zur Kreislehre § 1—81. 3 Std. w. Coet. a. Radicke, Coet. b. Kolbe.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Beschreibung und Vergleichung von verwandten Pflanzenformen zur Erläuterung des Art- und Gattungsbegriffs und der natürlichen Verwandtschaft überhaupt. Einordnen der besprochenen Pflanzen in das Linné'sche System. Im Winter: Repräsentanten aus den Ordnungen der Reptilien, Amphibien und Fische. Systematische Übersicht der Wirbelthiere nach Schilling's fl. Naturgeschichte. 2 Std. w. Coet. a. Schaub, Coet. b. Kolbe.

Zeichnen. Wiederholung des Pensums von Sexta und Quinta; die Ellipse, Spirale und Schneckenlinie. Einige Flachornamente. Körperzeichnen: Würfel in verschiedenen Stellungen, Pyramiden, Prismen, der verkürzte Kreis, Walze, Kegel. 2 Std. w. Coet. a. und b. Müller.

Quinta.

Ordinarius: Coet. a. Realgymnasiallehrer Dr. Brülke, Coet. b. wiff. Hilfslehrer Mann.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Biblische Geschichte des neuen Testaments. Das zweite Hauptstück. Bibelsprüche und Kirchenlieder. 2 Std. w. Coet. a. Dr. Brülke, Coet. b. Bundschu.

b) **Katholische.** Vide Unter-Tertia.

Deutsch. Der einfache Satz. Lectüre aus Hopf und Paulsief. Declamationsübungen. Aufsätze und Dictate. 3 Std. w. Coet. a. Dr. Brülke, Coet. b. Mann.

Lat. Deponens, periphrastische Conjugation, unregelmäßige Verba, Adverbia, Präpositionen (F. Schulz, fl. lat. Sprachlehre § 95—164). Übersetzungen aus F. Schulz, Übungsbuch § 68—110. Extemporalien und Exercitien. 7 Std. w. Coet. a. Dr. Brülke, Coet. b. Engelhardt.

Französisch. Plöb, Elementargrammatik, Lect. 1—60. Übungen im mündlichen und schriftlichen Übersetzen; Extemporalien. 5 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Mann.

Geographie. Europa nach den „Grundzügen der Geographie“ von Seydlitz; im Anschlusse geschichtliche Biographien. 3 Std. w. Coet. a. Schaub, Coet. b. Mann.

Rechnen. Wiederholung der Bruchrechnungen und Anwendung derselben auf die Regelbetri und die damit zusammenhängenden Rechnungsarten. Die Decimalbrüche. 4 Std. w. Coet. a. Kolbe, Coet. b. Bundschu.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Erweiterung der Morphologie; Beschreibung einzelner Pflanzen. Im Winter: Die Ordnungen der Säugethiere und Vögel nach Schilling's kl. Schulfaturgeschichte. 2 Std. w. Coet. a. Schaub, Coet. b. Hertel.

Schreiben. Weitere Übung der deutschen und lateinischen Schrift. Tactschreiben. 2 Std. w. Coet. a. und b. Hertel.

Zeichnen. Repetition des vorigen Pensums. Das Fünfeck, der Kreis, die Ellipse, die gebogene Linie in Beziehung zur geraden. Rosetten, Palmetten, Blattformen. 2 Std. w. Coet. a. Pfefferkorn, Coet. b. Kohnke.

Sexta.

Ordinarius: Coet. a. Realgymnasiallehrer Bundschu, Coet. b. Lehrer Hertel.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Biblische Geschichte des alten Testaments. Das erste Hauptstück. Auswendiglernen von Sprüchen und Liedern. 3 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Wache.

b) **Katholische.** Sexta Coet. a. und b. mit den 3 Klassen der Vorschule combinirt. Einübung von Gebeten und Liedern; leichte Erzählungen aus dem alten und neuen Testamente. Erklärung des apostolischen Glaubensbekenntnisses nach Deharbe's Katechismus Nr. 3. 2 Std. w. Präbendar Kretschmer.

Deutsch. Wortklassen und Satztheile nach dem Lesebuche von Hopf und Paulsiek, S. 251—254. Einiges aus der Wortbildung. Dictate. Lesen und Wiedererzählen des Gelesenen. Aufertigung kleiner Aufsätze. Declamationsübungen. 3 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Hertel.

Latein. Die Declinationen, Adjectiva, Pronomina, Numeralia, die regelmäßige Conjugation nach F. Schulz, kl. lat. Sprachlehre § 1—94. Übersetzungen aus F. Schulz, Übungsbuch § 1—68. Exercitien und Extemporalien im zweiten Halbjahr. 8 Std. w. Coet. a. Dr. Deipfer, Coet. b. Bonin.

Geographie. Australien, Asien, Afrika und Amerika nach den Grundzügen der Geographie von Seydlitz. Im Anschlusse kleine biographische Erzählungen aus der Geschichte. 3 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Schaub.

Rechnen. Wiederholung der vier Species mit benannten Zahlen, mit besonderer Rücksicht auf das Zerlegen der Zahlen. Die Bruchrechnungen. Vorübungen für die Regelbetri. 5 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Hertel.

Naturbeschreibung. Im Sommer: Erläuterung der hauptsächlichsten morphologischen Grundbegriffe an geeigneten Demonstrationspflanzen. Im Winter: Repräsentanten aus verschiedenen Klassen des Thierreichs. 2 Std. w. Coet. a. Hertel, Coet. b. Schaub.

Schreiben. Die deutsche und lateinische Schrift in geordneter Folge nach Vorschriften an der Wandtafel. 2 Std. w. Coet. a. und b. Hertel.

Zeichnen. Das Quadrat, gleichseitige Dreieck, Sechseck und Achteck. Geradlinige unmetrische Flächenverzerrungen. 2 Std. w. Coet. a. Pfefferkorn, Coet. b. Wache.

B. Vorschule.

Erste Klasse.

Ordinarius: Lehrer Pfefferkorn.

Religionslehre: a) **Evangelische.** Biblische Geschichten aus dem alten und neuen Testamente. Die ersten drei Hauptstücke. Sprüche und Liederverse. 3 Std. w. Pfefferkorn.

b) Katholische. Vide Sexta.

Deutsch. Lesen im Lesebuch von Pautsch für Septima und Wiedererzählten passender Stücke. Memoriren von Gedichten. Kenntniß der Redetheile mit Ausschluß der Conjunction und des Adverbiums; Declination, Comparation, Conjugation; der einfache Satz. Wöchentlich ein Dictat, täglich eine Abschrift, theils in deutscher, theils in lateinischer Schrift. 7 Std. w. Pfefferkorn.

Geographie. Veranschaulichung und Erklärung leichter geographischer Begriffe an dem Heimathsorte und seiner nächsten Umgegend. Kenntniß des Globus und daran die Gestalt und Bewegung der Erde, die Gradeintheilung und die Zonen. Erdtheile und Meere. Verständniß der Karte. 2 Std. w. Pfefferkorn.

Rechnen. Schriftlich: Die vier Species im unbegrenzten Zahlenraume. Kenntniß der neuen Maaße und Gewichte. Resolviren und Reduciren; die vier Species mit benannten Zahlen. Mündlich: Addition und Subtraction im Zahlenkreise bis 1000, bezgl. auch Multiplication und Division, jedoch nur mit einstelligem Multiplikator und Divisor. Kleinere Aufgaben mit benannten Zahlen. 5 Std. w. Pfefferkorn.

Schreiben. Einübung der deutschen und lateinischen Schrift mit Benutzung der Gräbke'schen Hefte 5 u. 13. 3 Std. w. Pfefferkorn.

Zweite Klasse.

Ordinarius: Lehrer Kohnke.

Religionslehre: a) Evangelische. Biblische Erzählungen aus dem alten und dem neuen Testamente. Lernen von Bibelsprüchen und Liederversen. Die zehn Gebote und das apostolische Glaubensbekenntniß. 3 Std. w. Kohnke.

b) Katholische. Vide Sexta.

Deutsch. Lesen im Lesebuch für Vorarbeiten von Pautsch, erste Abtheilung; Memoriren kleiner Gedichte. Kenntniß des Haupt, Eigenschafts und Zeitworts. Täglich eine Abschrift, wöchentlich zwei orthographische Übungen. 6 Std. w. Kohnke.

Rechnen. Die vier Species mit unbenannten Zahlen, im Kopfe und schriftlich. 5 Std. w. Kohnke.

Schreiben. Übung der deutschen und lateinischen Schrift mit Benutzung der Gräbke'schen Hefte. 4 Std. w. Kohnke.

Dritte Klasse.

Ordinarius: Lehrer Wache.

Religionslehre: a) Evangelische. Biblische Geschichten aus dem alten und neuen Testamente. Die zehn Gebote, einzelne Liederverse und Bibelsprüche wurden gelernt. 3 Std. w. Wache.

b) Katholische. Vide Sexta.

Deutsch und Schreiben. Lesen in der Leselibell von A. Böhm. Einzelne Lesestücke wurden besprochen und kleine Gedichte auswendig gelernt. Sprechübungen nach den Bildertafeln von Winkelmann. Täglich eine Abschrift, jeit Kenjahr wöchentlich zwei orthographische Übungen. Einübung der deutschen Schrift nach Vorschriften an der Wandtafel. 9 Std. w. Wache.

Rechnen. Die vier Grundrechnungsarten im Zahlenraum von 1 bis 100. 5 Std. w. Wache.

Von dem Religionsunterrichte war kein Schüler dispensirt.

Jüdischer Religionsunterricht.

Erste Abtheilung: Unter-Secunda und Ober-Tertia combinirt.

Repetition der biblischen Geschichte nach Levy, bibl. Gesch. — Glaubens- und Pflichtenlehre. 1 Std. w.

Zweite Abtheilung: Unter-Tertia und Quarta combinirt.

Repetition des früheren Pensums in der biblischen Geschichte. Neu: vom Tode Moses bis zur Theilung des Reiches. Die zehn Gebote. Leichtere Psalmen wurden erklärt und memorirt. 1 Std. w.

Dritte Abtheilung: Quinta und Sexta combinirt.

Biblische Geschichte von der Schöpfung bis zum Tode Moses. — Fest- und Gedenktage. Einiges aus der Bibelfunde. 2 Std. w. Rabbiner Dr. Klemperer.

Turn-Unterricht.

Die Abtheilungen sind den Klassen entsprechend eingerichtet.

Es turnten:

Prima und Ober-Secunda combinirt	2 Std. w.	} Müller.
Untersecunda	2 Std. w.	
Ober-Tertia Coet. a. u. b.	2 Std. w.	
Unter-Tertia Coet. a.	2 Std. w.	
Unter-Tertia Coet. b.	2 Std. w.	
Quarta Coet. a.	2 Std. w.	
Quarta Coet. b.	2 Std. w.	} Kohnke.
Quinta Coet. a. u. b. comb.	2 Std. w.	
Sexta Coet. a. u. b. comb.	2 Std. w.	
Wache.		
Vorschule: Klasse I. u. II. comb.	2 Std. w.	Kohnke.

Vom Turnen waren dispensirt aus der Vorschule keiner, aus den Abtheilungen des Realgymnasiums: 24 Schüler.

Gesang-Unterricht.

Die sangesfähigen Schüler der oberen Klassen sind bis incl. Quarta zur ersten Gesangsklasse (gemischter Chor) vereinigt. Es wurden gesungen: Choräle, geistliche und weltliche Lieder aus L. Erk's „Sängerhain“ Heft 2, M. Thoma's „Deutscher Liedergarten“ und Gebrüder Erk's „Frische Lieder und Gesänge“. Ferner Motetten a capella und größere Chöre mit Solis, Recitativen und Arien verschiedener Oratorien mit Clavierbegleitung von G. Händel, J. Haydn und Kromberg, sowie auch drei- und vierstimmige Lieder für Männerchor. — Es übten die tiefen und die hohen Stimmen getrennt je 1 Std. w., der Gesamtchor auch 1 Std. w., im Ganzen 3 Std. w. Louis Bauer.

Quinta: Tonbildung mit dem Ansat der verschiedenen Consonanten; einfache und figurirte Tonleiter; rhythmische, melodische und Treßübungen mit theilweiser Benutzung der B. Kothe'schen Singtafeln. Choräle und zweistimmige Lieder aus Erk's „Sängerhain“, Heft 1. Coet. a. und Coet. b. getrennt je 1 Std. w. Louis Bauer.

Sexta: Kenntniß der Noten und Treßübungen mit Benutzung der Singtafeln 1—7 von B. Kothe. Choräle. Ein- und zweistimmige Lieder aus Erk's „Sängerhain“, Heft 1. Coet. a. und b. comb. 2 Std. w. Bundschu.

Vorschule: Klasse I. Einübung einstimmiger Lieder nach dem Gehör. Kenntniß des Notensystems und der Tonleiter C-dur und Treßübungen an den Singtafeln 1 und 2 von B. Kothe. 2 Std. w. Pfefferkorn.

Klasse II. Einübung einstimmiger Volkslieder und einiger Choräle nach dem Gehör. Kenntniß der Noten. Leichte Übungen in der Tonart C-dur. 2 Std. w. Woche.

Klasse III. Einübung der Tonleiter und einstimmiger Lieder nach dem Gehör. 2 Std. w. Woche.

II. Verfügungen der Behörden.

Bromberg, den 15. März 1887. Zur Feier des neunzigsten Geburtstages Sr. Majestät des Kaisers wird die Illumination sämtlicher städtischen Gebäude stattfinden.

Posen, den 30. April 1887. Der Herr Unterrichtsminister hat die Übertragung des katholischen Religionsunterrichts an den Präbendar Kretschmer genehmigt.

Bromberg, den 2. Mai 1887. Bewilligungen von ganzer oder theilweiser Schulgeldbefreiung treten immer nur vom 1. April oder 1. October ab ein und werden, falls der Gesuchsteller mehrere Kinder in die städtischen Schulen sendet, in der Regel dem ältesten Kinde gewährt. — Freischul-Gesuche sind rechtzeitig vorher an den Direktor (nicht unmittelbar an den Magistrat) einzureichen.

Berlin, den 27. Mai 1887. Es ist zu berichten, ob und welche früh- und vorgeschichtlichen Alterthümer in den Sammlungen der Anstalt vorhanden sind und in welcher Weise für deren Aufbewahrung gesorgt wird.

Berlin, den 9. Juli 1887 und Posen, den 16. Juli 1887. Von dem Unterrichtsministerium wird die Schrift von Dr. Zenger: „Sichtbarkeit und Verlauf der totalen Sonnenfinsterniß am 19. August 1887“ der Anstaltsbibliothek überwiesen. Dieselbe ist als Leitfaden für die den Schülern zu gebende Belehrung zu benutzen.

Posen, den 12. October 1887. Der Herr Oberpräsident der Provinz Posen hat angeordnet, daß, um Lehrern und Schülern katholischer Confession den Besuch des Kirchenvisitations Gottesdienstes zu ermöglichen, dieselben an den betreffenden Tagen vom Unterricht fernbleiben dürfen.

Posen, den 7. Januar 1888. Ferienordnung für 1888:

Schulschluß:

Schulanfang:

Ostern: Sonnabend, den 24. März,

Dienstag, den 10. April.

Pfingsten: Freitag, den 18. Mai (4 Uhr),

Donnerstag, den 24. Mai.

Sommerferien: Sonnabend, den 7. Juli,

Montag, den 6. August.

Michaelis: Sonnabend, den 29. September,

Dienstag, den 16. October.

Weihnachten: Freitag, den 21. Dezember,

Freitag, den 4. Januar 1889.

Posen, den 7. Januar 1888. Die Revisionsbemerkungen der Wissenschaftlichen Prüfungs-Kommissionen über die englischen Abiturienten-Arbeiten werden mitgetheilt. Um ein Urtheil über die Zweckmäßigkeit des Fortfalls des englischen Aufsatzes zu gewinnen, hatte das Unterrichtsministerium den Kommissionen die Fragen vorgelegt: 1) ob die Texte für die Übersetzungen geeignet sind, eine hinreichende Kenntniß des Wortschazes und Sicherheit in der Anwendung der grammatischen Regeln zu erweisen; 2) wie im Allgemeinen die früheren Leistungen gegen die jetzigen sich stellen.

III. Chronik der Schule.

Mit dem Beginn des neuen Schuljahres, am Dienstag den 19. April, konnte der katholische Religionsunterricht, welcher seit der im letzten Jahresbericht erwähnten Abberufung des Probstes Herrn Erdner eine mehrwöchentliche Unterbrechung erlitten hatte, wieder aufgenommen werden; mit der Ertheilung desselben wurde der an die hiesige Jesuitenkirche berufene Präbendar Herr Kretschmer betraut.

Am 12. Juni beehrte Seine Excellenz der Unterrichtsminister Herr von Goßler die Anstalt mit seinem Besuche. Nachdem der Herr Minister bei seinem Eintritt von den städtischen Behörden begrüßt worden war, nahm derselbe die Vorstellung des Lehrerkollegiums durch den Direktor entgegen, wobei jeder einzelne über seine Lehrthätigkeit und über die Fortschritte der Schüler berichten durfte; sodann wurden die Unterrichtsräume und die Sammlungen der Anstalt einer eingehenden Besichtigung unterzogen.

Am 24. Juni unternahmen die einzelnen Klassen, zum größten Theil unter Führung ihrer Ordinarien, kürzere oder weitere Ausflüge in die Umgegend. Als Sammelplatz war auch diesmal der Hintauer Wald bestimmt, in welchem die Schüler am Nachmittage von ihren Angehörigen erwartet wurden.

Zur Beobachtung der totalen Sonnenfinsterniß des 19. August wanderten die Schüler früh 4 Uhr auf die benachbarten Höhen. Wurde auch durch die ungünstigen Witterungsverhältnisse die wissenschaftliche Ausbeute des seltenen Naturereignisses leider vereitelt, so war dessen Einwirkung auf das empfängliche Gemüth der Jugend doch mächtig genug, um in dauernder Erinnerung zu haften, und auch für die Zwecke des Unterrichts war der Tag kein verlorener: bot doch die von der Schule gegebene Vorbereitung auf denselben sowie die Anwesenheit einer großen Zahl von Naturforschern, welche die der Beobachtung günstige Lage unserer Stadt aus den verschiedensten Gegenden hergeführt hatte, mancherlei willkommene Anregung für die jugendliche Wißbegier.

Das Sedanfest wurde durch Gesangsvorträge und die Festrede des Herrn Dr. Deipser gefeiert, welcher die Wandelungen der Barbarossa-Sage bis zu ihrer Erfüllung durch Kaiser Wilhelm behandelte.

Am 1. October waren 50 Jahre vollendet, seitdem Herr Realgymnasiallehrer Bundschu in den Dienst der Schule getreten war. Obschon der Jubilar, auch hierin treu sich selbst, den für die Anstalt nicht minder als für ihn selbst bedeutungsvollen Tag fern von Bromberg in stiller Zurückgezogenheit verlebte, konnte er doch nicht verhindern, daß zahlreiche Beweise der Anerkennung, Dankbarkeit und Liebe ihm dargebracht wurden. Durch Allerhöchste Kabinets Ordre vom 15. September war ihm der königliche Kronenorden verliehen worden; die städtischen Behörden überreichten ihm eine Ehrengabe als Ausdruck der Anerkennung für seine mehr als 45jährige Lehrthätigkeit an den städtischen Schulen; ehemalige Schüler veranstalteten in ihrem Kreise eine Geldsammlung, um durch Begründung einer „Bundschu-Stiftung“ den Namen des geliebten Lehrers mit der Anstalt dauernd zu verknüpfen. Auch die Lehrerkollegien der hiesigen Lehranstalten und sonstige Freunde gaben unermüdet zahlreiche Beweise ihrer kollegialischen und freundschaftlichen Gesinnung, wir selbst widmeten ihm zwei Gedenktafeln. — Am ersten Tage nach den Michaelistferien sprach ich vor versammelten Schülern dem treuen Mitarbeiter den Dank und die Glückwünsche der Behörde sowie der Anstalt aus, den Schülern suchte ich durch eine Darstellung des Lebensganges ihres Lehrers zu zeigen, wie an diesem in seltener Weise das Bibelwort sich erfüllt habe, daß nur Mühe und Arbeit das Leben köstlich macht; wie er segensreich gewirkt habe durch das, was er that, segensreicher durch das, was er war.

Im Laufe des Jahres hatte das Lehrerkollegium Veranlassung, dem Großherzoglichen Realgymnasium in Gießen zu dessen 50jährigem Bestehen seine Glückwünsche darzubringen. Ebenso dem zum Geheimen Rathe ernannten früheren Oberbürgermeister, jetzigen

Regierungsrath von Foller, dessen Verdiensten um die Entwicklung unserer Anstalt in der vor 18 Jahren von hiesigen Bürgern begründeten „v. Foller Stiftung“ ein bleibendes Denkmal errichtet ist.

Am 20. Februar d. J. wurde unter dem Vorsitz des königlichen Provinzial Schutraths Herrn Polte die mündliche Entlassungsprüfung abgehalten, in welcher 3 Oberprimaner das Zeugniß der Reife erhielten. Am nächsten Tage wohnte der Herr Schutrath dem Unterricht in mehreren Klassen bei.

In der Ertheilung der Unterrichtsstunden hat das verflossene Schuljahr Störungen und dadurch nöthig gewordene Vertretungen mannigfacher Art gebracht. Zwei Mitglieder des Kollegiums wurden zu Schwurgerichtssitzungen herangezogen. Für drei Lehrer war eine Verlängerung der Sommerferien um einige Tage zur Wiederherstellung ihrer Gesundheit erforderlich. Von einer schweren Erkrankung wurde gleich nach den Michaelisferien Herr Dr. Osiecki heimgesucht, so schwer, daß wir zu Zeiten um sein Leben besorgt waren; um so größer war unsere Freude, als wir mit Beginn des neuen Jahres den lieben Amtsgenossen wieder unter uns sahen, dessen freundliches stets hilfsbereites Wesen seinen Kollegen, dessen hingebende Fürsorge seinen Schülern gar sehr gefehlt hatte. Unter den Schülern sind Erkrankungen größeren Umfangs und schwererer Art nicht vorgekommen; jedoch wurde ein kleiner Knabe der 3. Vorschulklasse, Raphael Wittkowski, welcher erst zu Ostern eingetreten war, nach wenigen Monaten am 14. Juli durch den Tod uns wieder genommen.

IV. Statistische Mittheilungen.

1. Frequenztafel für das Schuljahr 1887/88.

	A. Realgymnasium.															B. Vorschule.			
	OI	UI	OII	UII	OIII	OIII	UIII	UIII	IV	IV	V	V	VI	VI	Sa.	I	II	III	Sa.
					C. a.	C. b.	C. a.	C. b.	C. a.	C. b.	C. a.	C. b.	C. a.	C. b.					
1. Bestand am 1. Februar 1887	6	8	18	48	23	22	40	34	44	45	40	42	42	46	458	32	22	20	74
2. Abgang bis zum Schluß des Schulj. 1886/87	6	—	6	13	1	3	5	2	3	5	5	2	1	1	53	2	—	1	3
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern	4	8	28	37	29	29	34	30	29	33	36	39	15	14	365	22	19	—	41
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern	—	—	—	—	—	2	1	4	4	5	6	1	11	14	48	10	2	11	23
4. Frequenz am Anfang des Schulj. 1887/88	4	12	32	44	32	32	38	40	42	46	46	48	31	35	482	33	21	11	65
5. Zugang im Sommersemester	—	—	—	—	1	—	—	1	4	—	4	—	1	1	12	—	6	1	7
6. Abgang im Sommersemester	—	4	4	1	1	1	—	1	3	1	2	2	2	2	24	2	1	2	5
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	1	—	—	—	—	—	2	3	2	3	4	1	16	6	1	3	10
8. Frequenz am Anfang des Wintersemesters	7	8	29	43	32	31	38	40	45	48	50	49	34	35	489	37	27	13	77
9. Zugang im Wintersemester bis 1. Februar	—	—	—	—	—	—	1	—	—	—	2	2	1	—	6	—	—	—	—
10. Abgang im Wintersemester bis 1. Februar	—	—	1	1	1	—	2	1	—	2	3	—	1	—	12	—	—	—	—
11. Frequenz am 1. Februar 1888	7	8	28	42	31	31	37	39	45	46	49	51	34	35	483	37	27	13	77
12. Durchschnittsalter am 1. Februar 1888	20,0	18,2	17,8	16,9	15,7	15,4	14,2	14,5	13,5	13,4	12,0	12,2	11,0	11,3		9,9	8,6	7,3	

2. Religions- und Heimathsverhältnisse der Schüler.

	A. Realgymnasium.								B. Vorschule.							
	Evg.	Kath.	Diff.	Jüd.	Einh.	Auswärt.	Ausl.		Evg.	Kath.	Diff.	Jüd.	Einh.	Auswärt.	Ausl.	
1. Am Anfang des Sommersemesters	399	42	—	41	365	117	—		50	6	—	9	53	10	2	
2. Am Anfang des Wintersemesters	404	41	—	44	372	117	—		64	5	—	8	60	15	2	
3. Am 1. Februar 1888	398	40	—	45	365	118	—		64	5	—	8	60	15	2	

3. Das Zeugniß für den einjährigen Militärdienst

haben erhalten Ostern 1887: 40, Michaelis: 2 Schüler; davon sind zu einem praktischen Beruf abgegangen Ostern: 12, Michaelis: 1 Schüler.

4. Das Zeugniß der Reise

erhielten zu Ostern 1888:

	N a m e n.	Geboren		Re- ligion.	Des Vaters		Jahre		Gewählter Beruf.
		am	in		Stand.	Wohnort.	auf dem Real- gym- nasium.	in Prima.	
1.	Siforski, Johannes	12/4 67	Bromberg	kath.	Wagen- fabrikant	Bromberg	11	2	Bergfach.
2.	Dahlmann, Ernst	16/5 66	Rudamühle, Kr. Wirßig	ev.	Mühlenguts- besitzer	Rudamühle	8½	2	Forstfach.
3.	Schrader, Arthur	3/11 68	Szemborowo, Kr. Breschen.	ev.	† Königlich Distrikts- Kommissarius	Schubin	8	2	Königlicher Sceeresdienst.

V. Sammlungen von Lehrmitteln.

Für die Lehrerbibliothek wurde neu angeschafft: Zul. Schmidt, Geschichte der deutschen Litteratur, 3. Bd.; Blasendorff, Verdeutschungswörterbuch; Franke, Französische Stilistik; Marggraff, Précis de l'histoire d'Allemagne; Simon, Histoire du Prince de Bismarck; Collier, A History of English Literature; M. Valerii Martialis Epigrammaton libri; Meyer, Griechische Grammatik; Monumenta Germaniae Paedagogica, 3. Bd.; Chasles, Traité de Géométrie supérieure; Casey, A Sequel to the First Six Books of the Elements of Euclid; Martus, Maxima und Minima; Neye, die synthetische Geometrie; Beer, Einleitung in die Höhere Optik; Meyer, Geschichte des Alterthums, 1. Bd.; Knoke, Kriegszüge des Germanicus; Egli, Etymologisch-geographisches Lexikon; Müller, griechische Reisen und Studien; Bleek, Einleitung in das Alte Testament, dsgl. in das Neue Test.; Weiß, das Leben Jesu; Köstlin, Martin Luther; Leibniz, Philosophische Schriften, 3. Bd.; Zeller, Philosophische Aufsätze; Bacmeister, der sittliche Fortschritt; Koch, Psychologie Descartes'; Bergmann, Über das Schöne; Meyer, Probleme der Lebensweisheit; Bender, Zur Lösung des metaphysischen Problems; Förster, Sammlung von Vorträgen, 2. Folge, u. A. — Außerdem die Fortsetzungen verschiedener Werke und Zeitschriften: Schmid, Encyclopädie des Erziehungswesens; Strack u. Böckler, Commentar; Herder's Werke; allgem. Encyclopädie von Ersch u. Gruber; Encyclopädie der Naturwissenschaften; Poggendorff's Annalen und Beiblätter; Wochenschrift für klass. Philologie; Steinmeyer, Zeitschrift für deutsches Alterthum; Kölbinger, Englische Studien; Körting u. Roschitz, Zeitschrift für neufranz. Sprache; Schölmlch, Zeitschrift für Mathematik; Petermann's Mittheilungen; Sklarek, naturw. Rundschau; Zarncke, Literarisches Centralblatt; Lyon, Zeitschrift f. d. dtsh. Unterricht; Krumme, Pädagog. Archiv; Aly, Blätter für höheres Schulwesen; Centralblatt für die gesammte Unterrichtsverwaltung u. A. m.

In die Schülerbibliothek wurde neu eingestellt: Blasendorff, Gebhard Leberecht von Blücher; Gudrun, übersetzt von Simrock; das Nibelungenlied dsgl.; Hartmann von Aue, Der arme Heinrich; Amynstor, Gerke Sutebinne; Weber, Dreizehnlinden; Uhland's Gedichte und Dramen; Ebers, die Nilbraut; Freitag, die Technik des Dramas; Weiß, Bilderatlas der Sternenwelt; Zenker, Sichtbarkeit und Verlauf der totalen Sonnenfinsterniß 1887; Weber, Fünf populäre wissenschaftliche Vorträge; Sanders, Fürs deutsche Haus; Sanders, Deutsches Stil-Musterbuch; Koberstein, Preussisches Bilderbuch; Unser deutsches Land und Volk, 9. Bd.; Jäger, Weltgeschichte, 1. u. 2. Bd.; Rugler, Geschichte Friedrichs d. Großen; Marquardt, Friedrich II, der Große; Baur, Freiherr vom und zum Stein; Egelhaaf, Kaiser Wilhelm und die Gründung des neuen deutschen Reichs; Wildenbruch, Sedan; Smiles, Selbst ist der Mann; Schwab, die schönsten Sagen des klassischen Altertums; Paul, Lebensbilder; Dabemfalter für 1888; Hardmeyer, die Badische Schwarzwaldbahn; Hoffmann's Deutscher Jugendfreund, 41. Bd.; Mensch, Jakob Ehrlich; Roth, der Burggraf und sein Schildknappe; Dhorn, der Eisenkönig; Seifart, Gulliver's Reisen; Barack, Richard Löwenherz.

Für den Unterricht im Zeichnen sind 28 Gypsmodelle: Ornamente, Köpfe u. a. neu angeschafft worden, dsgl. 6 größere Holzmodelle geometrischer Körper nebst beweglichem Gestell; auch sind einige Lehrmittel für das chemische Laboratorium, den naturwissenschaftlichen und geographischen Unterricht hinzugekommen.

Wiederum ist die Anstalt für die derselben zugewandten Geschenke den wohlwollenden Spendern zu herzlichem Danke verpflichtet. Es überwies Herr Oberbürgermeister Bachmann den Neudruck des Werkes: Ottonis de Guericke Experimenta nova Magdeburgica de Virtutibus Mundanis. Amstelodami, 1672 u. a. m.; Herr Oberlehrer Dr. Kleinert: eine Sammlung von 25 Werken aus dem Gebiete der Chemie und beschreibenden Naturwissenschaften, im Ganzen 32 Bände, außerdem ein Missale aus dem Jahre 1612; Herr Oberpostdirektor Wagner: die neuesten Jahrgänge der Berliner „Electrotechnischen Zeitschrift“; der Naturwissenschaftliche Verein zu Posen die Festschrift zum 50jährigen Jubiläum des Vereins; der hiesige Historische Verein das von demselben 1887 ausgegebene Jahrbuch; Herr Rentier Sehmsdorf: Hoppe, Englisch-Deutsches Supplement-Lexikon.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Der Herr Oberpräsident der Provinz Posen gewährte 14 Schülern der oberen Klassen Stipendien von je 150 Mark. Der Betrag der „v. Foller-Stiftung“ wurde nach der Bestimmung des Geheimen Regierungsraths Herrn von Foller in Wiesbaden dem Oberprimaner Willy Raeder überwiesen; die Zinsen aus der „Gerber-Stiftung“ erhielt nach Bestimmung des Direktors der Oberprimaner Johannes Siforski.

VII. Mittheilungen an die Eltern der Schüler.

Die Wahrnehmung, daß das Verbindungsweesen unter den Schülern fortbestanden hat und, statt dem Unwillen der Erwachsenen zu begegnen, in einzelnen Fällen geradezu von solchen begünstigt worden ist, macht es mir zur Pflicht, die Ministerial-Verfügung vom 29. Mai 1886 in Erinnerung zu bringen, in der es heißt:

„Die Strafen, welche die Schulen verpflichtet sind, über Theilnehmer an Verbindungen zu verhängen, treffen in gleicher oder größerer Schwere die Eltern als die Schüler selbst. Es ist zu erwarten, daß dieser Gesichtspunkt künftig ebenso, wie es bisher öfters

geschehen ist, in Gesuchen um Milderung der Strafe wird zur Geltung gebracht werden, aber es kann demselben eine Berücksichtigung nicht in Aussicht gestellt werden. Den Ausschreitungen vorzubeugen, welche die Schule, wenn sie eingetreten sind, mit ihren schwersten Strafen verfolgen muß, ist Aufgabe der häuslichen Zucht. In diese selbst weiter als durch Rath, Mahnung und Warnung einzugreifen, liegt außerhalb des Rechtes und der Pflicht der Schule. Selbst die gewissenhaftesten und aufopferndsten Bemühungen der Lehrercollegien, das Unwesen der Schülerverbindungen zu unterdrücken, werden nur theilweisen und unsicheren Erfolg haben, wenn nicht die Erwachsenen in ihrer Gesamtheit, insbesondere die Eltern, die Personen, welchen die Aufsicht über auswärtige Schüler anvertraut ist, und die Organe der Gemeindeverwaltung, durchdrungen von der Ueberzeugung, daß es sich um die sittliche Gesundheit der heranwachsenden Generation handelt, die Schule in ihren Bemühungen rückhaltslos unterstützen. Wenn die städtischen Behörden ihre Indignation über zuchtloses Treiben der Jugend mit Entschiedenheit zum Ausdrucke und zur Geltung bringen, und wenn dieselben und andere um das Wohl der Jugend besorgte Bürger sich entschließen, ohne durch Denunziation Bestrafung herbeizuführen, durch warnende Mittheilung das Lehrerkollegium zu unterstützen, so kann das Leben der Schüler außerhalb der Schule nicht dauernd in Zuchtlosigkeit verfallen.“

Öffentliche Prüfung.

Freitag, den 23. März 1888, vormittags 9 Uhr.

Vorschulklasse I.	Religion: Wache.
Vorschulklasse II.	Deutsch: Rohnke.
Vorschulklasse III.	Singen: Pfefferkorn.
Sexta b.	Naturkunde: Schaub.
Quinta b.	Geographie: Mann.
Quarta a.	Französisch: Seelig.
Unter-Tertia b.	Latein: Bonin.

Das Winterhalbjahr wird Sonnabend, den 24. März, geschlossen; der Unterricht im Sommerhalbjahr beginnt Dienstag, den 10. April, vorm. 9 Uhr.

Die Prüfung und Aufnahme neuer Schüler findet Montag, den 9. April, von vormittags 9 Uhr an statt. Zur Aufnahme ist die Vorlegung des Geburts-, Tauf- und Impfscheines und des Abgangszeugnisses von der vorher besuchten Anstalt erforderlich. Die Wahl einer Pension bedarf der vorher einzuholenden Genehmigung des Direktors.

Bromberg, den 9. März 1888.

Dr. Kiehl.